Matrices : opérations, inverse, puissances et systèmes en Terminale expertes

Terminale · pediamath.com/matrices-operations-inverse-puissances-terminale-expertes/

Résumé de cours : matrices en Terminale expertes

A, B, C sont des matrices à coefficients réels, k est un réel et n un entier naturel ; I_n est la matrice identité d'ordre n. Le lien de la première colonne mène à la section qui démontre ou applique la règle.

Règle	Formule et condition
Matrice, format ↗	format $n \times p$: n lignes, p colonnes ; a_{ij} en ligne i, colonne j carrée d'ordre n : $n \times n$; ligne : $1 \times p$; colonne : $n \times 1$
Somme, produit par un réel ↗	même format exigé pour $A + B$ coefficients $a_{ij} + b_{ij}$ et ka_{ij}
Produit AB ↗	A de format $n \times p$, B de format $p \times q$: AB de format $n \times q$ $c_{ij} = a_{i1}b_{1j} + \cdots + a_{ip}b_{pj}$
Propriétés du produit ↗	$(AB)C = A(BC)$, $A(B + C) = AB + AC$ $AI_n = I_nA = A$; en général $AB \neq BA$ $AB = 0$ possible avec $A \neq 0$ et $B \neq 0$
Matrice inversible ↗	A carrée d'ordre n : $AB = BA = I_n$, inverse unique A^{-1} A, B inversibles de même ordre : $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$
Inverse d'ordre 2 ↗	$A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ inversible $\iff ad - bc \neq 0$ $A^{-1} = \dfrac{1}{ad - bc}\begin{pmatrix} d & -b \\ -c & a \end{pmatrix}$
Inverse par une relation ↗	$A^2 = \alpha A + \beta I_n$ avec $\beta \neq 0$: $A^{-1} = \dfrac{1}{\beta}(A - \alpha I_n)$
Système $AX = B$ ↗	si A est inversible : solution unique $X = A^{-1}B$ si A n'est pas inversible : aucune solution ou une infinité
Puissances ↗	$A^0 = I_n$, $A^{k+1} = A^kA$ $A^pA^q = A^{p+q}$ $(A + B)^2$ vaut $A^2 + AB + BA + B^2$
Matrice diagonale ↗	$D = \mathrm{diag}(d_1 ; \ldots ; d_n)$: $D^k = \mathrm{diag}\left(d_1^k ; \ldots ; d_n^k\right)$
Avec P et D ↗	P inversible, D diagonale, $A = PDP^{-1}$: $A^n = PD^nP^{-1}$

Règle	Formule et condition
Transformations du plan ↗	$X' = AX$; rotation de centre O d'angle θ : $R_\theta = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$ f de matrice A puis g de matrice B : matrice BA
Suite $U_{n+1} = AU_n$ ↗	$U_n = A^n U_0$ pour tout entier naturel n
Suite $U_{n+1} = AU_n + C$ ↗	$I_p - A$ inversible : $L = (I_p - A)^{-1}C$ vérifie $L = AL + C$ $U_n = A^n(U_0 - L) + L$ coefficients de A^n de limite 0 : $U_n \to L$

Retrouver le cours sur pediamath.com

Le cours complet, avec les démonstrations et les exemples
pediamath.com/matrices-operations-inverse-puissances-terminale-expertes/