Dérivation et étude des fonctions 2 bac : cours et résumé

Programme marocain · 2e année bac · pediamath.com/maroc/2-bac/derivation-et-etude-des-fonctions/

Résumé de cours : dérivation et étude des fonctions

Chaque règle avec sa condition ; le lien mène à la section et à son exemple.

Notion	À retenir
Nombre dérivé, tangente ↗	$f'(a)=\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{f(a+h)-f(a)}{h}$ (limite finie) tangente : $y=f'(a)(x-a)+f(a)$
À droite, à gauche ↗	f dérivable en $a \iff f'_d(a)=f'_g(a)$; deux valeurs différentes : point anguleux
Demi-tangente verticale ↗	taux de variation $\to\pm\infty$: f non dérivable en a, demi-tangente parallèle à (Oy)
Approximation affine ↗	$f(a+h)\approx f(a)+hf'(a)$ pour h proche de 0 ; $dy=f'(x)\,dx$
Dérivées usuelles ↗	$(x^n)'=nx^{n-1}$; $(\sqrt{x})'=\frac{1}{2\sqrt{x}}$ $(\sin x)'=\cos x$, $(\cos x)'=-\sin x$, $(\tan x)'=1+\tan^2 x$ $(uv)'=u'v+uv'$, $\left(\frac{u}{v}\right)'=\frac{u'v-uv'}{v^2}$
Fonction composée ↗	$(v\circ u)'=u'\times(v'\circ u)$ $(u^n)'=nu'u^{n-1}$; $(\sqrt{u})'=\dfrac{u'}{2\sqrt{u}}$ si $u>0$
Fonction réciproque ↗	$\left(f^{-1}\right)'(y_0)=\dfrac{1}{f'(x_0)}$ avec $y_0=f(x_0)$ et $f'(x_0)\neq 0$
Racine n-ième ↗	pour $x>0$: $(\sqrt[n]{x})'=\dfrac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$; $(x^r)'=rx^{r-1}$, $r\in\mathbb{Q}^*$ $(u^r)'=ru'u^{r-1}$ si $u>0$
Monotonie ↗	sur un intervalle : $f'\geq 0$ donne f croissante, $f'\leq 0$ décroissante, $f'=0$ constante
Extremum ↗	f' s'annule en a en changeant de signe : $f(a)$ est un extremum local
Concavité ↗	$f''\geq 0$ sur I : courbe convexe ; $f''\leq 0$: courbe concave
Point d'inflexion ↗	f'' s'annule en a en changeant de signe ; la courbe traverse sa tangente
Axe $x=a$ ↗	$2a-x\in D_f$ et $f(2a-x)=f(x)$ pour tout $x\in D_f$
Centre $\Omega(a\,;b)$ ↗	$2a-x\in D_f$ et $f(2a-x)+f(x)=2b$ pour tout $x\in D_f$
Asymptotes verticale, horizontale ↗	$x=a$ si $\lim\limits_{x\to a}f(x)=\pm\infty$; $y=b$ si $\lim\limits_{x\to\pm\infty}f(x)=b$

Notion	À retenir
Asymptote oblique ↗	$\lim\limits_{x\to\pm\infty}[f(x)-(ax+b)]=0$ $a=\lim\dfrac{f(x)}{x}\neq 0$ et $b=\lim[f(x)-ax]$ finis
Branches paraboliques ↗	$f(x)/x\to\pm\infty$: direction (Oy) $f(x)/x\to 0$: direction (Ox) $f(x)/x\to a$ et $f(x)-ax\to\pm\infty$: direction $y=ax$
Plan d'étude ↗	D_f, symétries, limites, f' et tableau, f'', branches infinies, points particuliers, courbe
Accroissements finis (SM) ↗	$f(b)-f(a)=f'(c)(b-a)$, $c\in\,]a\,;b[$; si $\lvert f'\rvert\leq M$: $\lvert f(b)-f(a)\rvert\leq M\lvert b-a\rvert$

Pour aller plus loin sur pediamath.com

Le cours complet, avec les démonstrations et les exemples
pediamath.com/maroc/2-bac/derivation-et-etude-des-fonctions/

Pour s'entraîner : les 19 exercices corrigés
pediamath.com/maroc/2-bac/derivation-et-etude-des-fonctions-exercices-corriges/