Arithmétique dans Z 2 bac SM : cours et résumé

Programme marocain · 2e année bac · pediamath.com/maroc/2-bac/arithmetique-dans-z/

Résumé de cours : arithmétique dans Z en 2 bac SM

a, b, c sont des entiers relatifs non nuls, $n \geq 2$ un entier, p un nombre premier, $d = a \wedge b$, $a = d\alpha$ et $b = d\beta$.

Notion	À retenir
Premiers entre eux ↗	$a \wedge b = 1$: seuls diviseurs communs 1 et -1
Caractérisation ↗	pour $\delta \in \mathbb{N}^*$: $a \wedge b = \delta \iff a = \delta\alpha',\ b = \delta\beta'$ avec $\alpha' \wedge \beta' = 1$
Bézout ↗	il existe u, v : $au + bv = a \wedge b$ $a \wedge b = 1 \iff \exists u, v \in \mathbb{Z},\ au + bv = 1$
Gauss ↗	$a \mid bc$ et $a \wedge b = 1 \Rightarrow a \mid c$
Conséquences ↗	$a \mid c$, $b \mid c$, $a \wedge b = 1 \Rightarrow ab \mid c$ $p \mid ab \Rightarrow p \mid a$ ou $p \mid b$
Décomposition ↗	tout $n \geq 2$ est un produit de nombres premiers, unique à l'ordre près (théorème fondamental de l'arithmétique)
Équation ↗	$ax + by = c$ a des solutions $\iff d \mid c$ $x = x_0 + \beta k$, $y = y_0 - \alpha k$, $k \in \mathbb{Z}$
Simplification ↗	$ac \equiv bc\ [n] \iff a \equiv b\ \left[\frac{n}{c \wedge n}\right]$
Inverse ↗	$\overline{a}$ inversible dans $\mathbb{Z}/n\mathbb{Z} \iff a \wedge n = 1$ dans $\mathbb{Z}/p\mathbb{Z}$, toute classe non nulle
Fermat ↗	$a^p \equiv a\ [p]$ pour tout $a \in \mathbb{Z}$ $p \nmid a \Rightarrow a^{p-1} \equiv 1\ [p]$
Base b ↗	$N = a_k b^k + \cdots + a_1 b + a_0$, $0 \leq a_i \leq b - 1$, $a_k \neq 0$ chiffres : restes des divisions successives par b
Critères ↗	$N \equiv$ somme des chiffres $[9]$ $N \equiv a_0 - a_1 + a_2 - \ldots\ [11]$

Pour aller plus loin sur pediamath.com

Le cours complet, avec les démonstrations et les exemples
pediamath.com/maroc/2-bac/arithmetique-dans-z/

Pour s'entraîner : les 16 exercices corrigés
pediamath.com/maroc/2-bac/arithmetique-dans-z-exercices-corriges/