Produit scalaire dans l'espace 1 bac SM : cours et résumé

Programme marocain · 1re année bac · pediamath.com/maroc/1-bac/produit-scalaire-dans-l-espace/

Résumé de cours : produit scalaire dans l'espace et sphère

Sauf dans la première ligne, le repère est orthonormé ; $\vec{u}(x\,;y\,;z)$, $\vec{v}(x'\,;y'\,;z')$. Dans les lignes sur la sphère, $\mathcal{S}$ a pour centre $\Omega(x_0\,;y_0\,;z_0)$ et pour rayon $R>0$.

Règle	Énoncé et condition
Produit scalaire	$\vec{u}\cdot\vec{v}=\|\vec{u}\|\,\|\vec{v}\|\cos\theta$ pour $\vec{u}$, $\vec{v}$ non nuls, $\theta\in[0\,;\pi]$ $\vec{u}\perp\vec{v}\iff\vec{u}\cdot\vec{v}=0$
Coordonnées	$\vec{u}\cdot\vec{v}=xx'+yy'+zz'$ $\|\vec{u}\|=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$
Vecteur normal	$\vec{u}$, $\vec{v}$ non colinéaires, $\vec{n}\neq\vec{0}$: $\vec{n}$ normal à $\mathcal{P}(A,\vec{u},\vec{v})\iff\vec{n}\cdot\vec{u}=\vec{n}\cdot\vec{v}=0$
Plan	$\vec{n}(a\,;b\,;c)\neq\vec{0}$ normal : $ax+by+cz+d=0$ $\left\{M\ /\ \vec{n}\cdot\overrightarrow{AM}=k\right\}$ est un plan
Deux plans	parallèles $\iff$ $\vec{n}$, $\vec{n}'$ colinéaires perpendiculaires $\iff$ $\vec{n}\cdot\vec{n}'=0$
Droite et plan	$\mathcal{D}(B,\vec{w})\perp\mathcal{P}\iff\vec{w}$, $\vec{n}$ colinéaires $\mathcal{D}\parallel\mathcal{P}\iff\vec{w}\cdot\vec{n}=0$
Distance	$M_0(x_0\,;y_0\,;z_0)$, $\mathcal{P}:ax+by+cz+d=0$: $d(M_0,\mathcal{P})=\dfrac{\lvert ax_0+by_0+cz_0+d\rvert}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$
Sphère	$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$ diamètre $[AB]$: $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$
Forme développée	$x^2+y^2+z^2+ax+by+cz+d=0$: sphère si $a^2+b^2+c^2-4d>0$, un point si $a^2+b^2+c^2-4d=0$, vide sinon ; centre $\left(-\frac{a}{2}\,;-\frac{b}{2}\,;-\frac{c}{2}\right)$, rayon $\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2+c^2-4d}$
Paramétrage	$x=x_0+R\sin\varphi\cos\theta$, $y=y_0+R\sin\varphi\sin\theta$, $z=z_0+R\cos\varphi$, $\theta\in\mathbb{R}$, $\varphi\in[0\,;\pi]$
Sphère et plan	$d=d(\Omega,\mathcal{P})$, H projeté orthogonal de Ω sur $\mathcal{P}$: cercle de centre H, de rayon $\sqrt{R^2-d^2}$ si $d<R$; un point si $d=R$; vide si $d>R$
Plan tangent	en $A\in\mathcal{S}$: $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{\Omega A}=0$
Sphère et droite	équation du second degré en t : deux, un ou aucun point commun

Pour aller plus loin sur pediamath.com

Le cours complet, avec les démonstrations et les exemples
pediamath.com/maroc/1-bac/produit-scalaire-dans-l-espace/

Pour s'entraîner : les 16 exercices corrigés
pediamath.com/maroc/1-bac/produit-scalaire-dans-l-espace-exercices-corriges/