FICHE D'EXERCICES CORRIGÉS

Triangles semblables

3e · Reconnaître, calculer, agrandir, démontrer

Le cours sur les triangles semblables en 3e donne les deux façons de les reconnaître : des angles deux à deux égaux, ou des longueurs proportionnelles. Cette fiche commence par reconnaître, passe aux calculs de longueurs et d'aires, puis passe à des figures où l'on démontre la similitude par les angles.

Reconnaître des triangles semblables

Exercice 1 — Trois triangles, des angles

Corrigé p. 4 →

Dans le triangle ABC, l'angle en A mesure $50°$ et l'angle en B mesure $60°$. Dans le triangle DEF, l'angle en D mesure $70°$ et l'angle en E mesure $50°$. Dans le triangle GHI, l'angle en G mesure $50°$ et l'angle en H mesure $65°$.

1. Calculer l'angle manquant de chaque triangle.
2. Quels triangles sont semblables ? Justifier.
3. Associer les sommets homologues des deux triangles semblables.
4. Quel côté du triangle DEF est homologue du côté $[AB]$?

Exercice 2 — Trois triangles, des longueurs

Corrigé p. 4 →

Les côtés de trois triangles mesurent, en cm : T_1 : 4 ; 6 ; 7. T_2 : 14 ; 8 ; 12. T_3 : 9 ; 6 ; 10.

1. Ranger les côtés de chaque triangle dans l'ordre croissant.
2. Montrer que T_1 et T_2 sont semblables et donner le coefficient d'agrandissement.
3. Les triangles T_1 et T_3 sont-ils semblables ?
4. Modifier une seule longueur de T_3 pour qu'il devienne semblable à T_1.

Exercice 3 — Vrai ou faux

Corrigé p. 4 →

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, puis justifier.

1. Deux triangles équilatéraux sont toujours semblables.
2. Deux triangles rectangles sont toujours semblables.
3. Deux triangles isocèles dont l'angle au sommet principal mesure $40°$ sont semblables.
4. Deux triangles semblables ont la même aire.
5. Un triangle de côtés 3, 4 et 5 cm et un triangle de côtés 6, 8 et 10 cm sont semblables.

Calculer des longueurs

Exercice 4 — Un coefficient, trois calculs

Corrigé p. 4 →

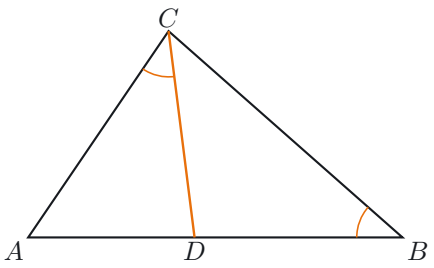
Les triangles ABC et DEF sont semblables, les sommets A, B, C ayant pour homologues D, E, F. On sait que $AB = 5$ cm, $BC = 7$ cm, $AC = 6$ cm et $DE = 7{,}5$ cm.

1. Calculer le coefficient d'agrandissement qui permet de passer de ABC à DEF.
2. Calculer EF et DF.
3. Calculer les périmètres des deux triangles. Par quel nombre le périmètre est-il multiplié ?
4. L'aire de ABC vaut environ $14{,}7$ cm². Donner une valeur approchée de l'aire de DEF.

Exercice 5 — Un angle commun, un angle égal

Corrigé p. 4 →

Sur la figure, qui n'est pas en vraie grandeur, $AB = 9$ cm, $AC = 6$ cm et $BC = 7{,}5$ cm. Le point D du segment $[AB]$ est placé de sorte que $\widehat{ACD} = \widehat{ABC}$.



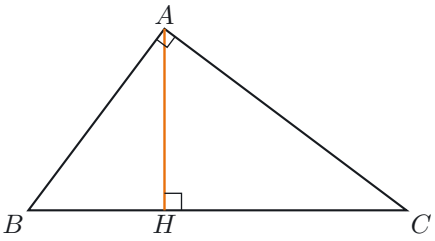
1. Montrer que les triangles ACD et ABC sont semblables.
2. Associer les sommets homologues, puis écrire l'égalité des rapports de longueurs.
3. Calculer AD et CD.
4. Par quel nombre faut-il multiplier l'aire de ABC pour obtenir celle de ACD ?

Indice. Les deux triangles ont un angle en commun.

Exercice 6 — La hauteur du triangle rectangle

Corrigé p. 5 →

Sur la figure, le triangle ABC est rectangle en A et H est le pied de la hauteur issue de A. On sait que $BC = 10$ cm et $BH = 3{,}6$ cm.



1. Montrer que les triangles ABH et CBA sont semblables.
2. En déduire que $AB^2 = BH \times BC$, puis calculer AB.
3. Montrer de même que $AC^2 = HC \times BC$, puis calculer AC.
4. Vérifier le résultat avec le théorème de Pythagore, puis calculer AH.

Agrandir, réduire, mesurer

Exercice 7 — La hauteur d'un arbre

Corrigé p. 5 →

Au même moment, un bâton vertical de $1{,}5$ m de haut a une ombre de 2 m sur un sol horizontal, et un arbre a une ombre de 12 m.

1. Pourquoi les deux triangles formés par chaque objet, son ombre et le rayon de soleil sont-ils semblables ?
2. Calculer la hauteur de l'arbre.
3. Au même moment, l'ombre d'un immeuble mesure 30 m. Quelle est sa hauteur ?
4. Plus tard, le soleil est plus haut. L'ombre du bâton est-elle plus longue ou plus courte ? La méthode reste-t-elle valable ?

Exercice 8 — Agrandir, puis réduire

Corrigé p. 5 →

Un triangle rectangle a des côtés de 3 cm, 4 cm et 5 cm. On l'agrandit pour que son hypoténuse mesure $12{,}5$ cm.

1. Calculer le coefficient d'agrandissement, puis les deux autres côtés.
2. Calculer l'aire des deux triangles. Par quel nombre l'aire est-elle multipliée ?
3. On réduit le grand triangle pour que son hypoténuse mesure 2 cm. Calculer le coefficient de réduction et les nouveaux côtés.
4. Pourquoi le dernier triangle est-il encore rectangle ?

Exercice 9 — Corriger une copie

Corrigé p. 5 →

Noé affirme : « Le triangle de côtés 4, 5 et 6 cm est semblable à celui de côtés 6, 7 et 8 cm, car on ajoute 2 cm à chaque côté. »

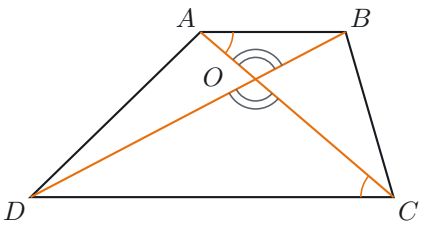
1. Calculer les quotients des côtés homologues. Noé a-t-il raison ?
2. Donner les côtés d'un triangle semblable au premier dont le plus petit côté mesure 6 cm.
3. Dans un agrandissement, que fait-on aux longueurs : les ajouter ou les multiplier par un même nombre ?

Démontrer et chercher

Exercice 10 — Les diagonales d'un trapèze

Corrigé p. 5 →

Sur la figure, qui n'est pas en vraie grandeur, $ABCD$ est un trapèze de bases $[AB]$ et $[CD]$, donc (AB) et (CD) sont parallèles. Ses diagonales se coupent en O. On sait que $AB = 4$ cm, $CD = 10$ cm, $AC = 7$ cm et $BD = 9{,}8$ cm.



1. Montrer que les angles $\widehat{OAB}$ et $\widehat{OCD}$ sont égaux, ainsi que $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$.
2. En déduire que les triangles OAB et OCD sont semblables, puis donner le coefficient de réduction de OCD à OAB.
3. Calculer OA et OC.
4. Calculer de même OB et OD.

Exercice 11 — Chercher toutes les possibilités

Corrigé p. 5 →

Un triangle a deux côtés de 6 cm et 8 cm. On cherche la longueur x du troisième côté.

1. Pourquoi, dans deux triangles semblables, le plus petit côté de l'un correspond-il au plus petit côté de l'autre ?
2. Trouver toutes les valeurs de x pour que ce triangle soit semblable au triangle de côtés 3, 4 et 5 cm.
3. Même question avec le triangle de côtés 4, 6 et 8 cm.

Indice. Ranger les côtés dans l'ordre croissant, en envisageant les trois places possibles pour x.

Corrigés détaillés

Corrigé 1 · Trois triangles, des angles

Revenir à l'énoncé

1. La somme des angles d'un triangle vaut $180°$. En C : $180 - 50 - 60 = 70°$. En F : $180 - 70 - 50 = 60°$. En I : $180 - 50 - 65 = 65°$.
2. ABC et DEF ont tous deux des angles de $50°$, $60°$ et $70°$: ils sont semblables. GHI a des angles de $50°$, $65°$ et $65°$: il n'est semblable à aucun des deux.
3. Les sommets de même angle se correspondent : A et E ($50°$), B et F ($60°$), C et D ($70°$).
4. $[AB]$ joint A et B, donc son homologue joint E et F : c'est $[EF]$.

Corrigé 2 · Trois triangles, des longueurs

Revenir à l'énoncé

1. T_1 : 4 ; 6 ; 7. T_2 : 8 ; 12 ; 14. T_3 : 6 ; 9 ; 10.
2. On compare les côtés rangés : $8 \div 4 = 2$, $12 \div 6 = 2$ et $14 \div 7 = 2$. Les longueurs sont proportionnelles, donc T_1 et T_2 sont semblables, avec un coefficient 2.
3. $6 \div 4 = 1{,}5$ et $9 \div 6 = 1{,}5$, mais $10 \div 7 \approx 1{,}43$. Les longueurs ne sont pas proportionnelles : ils ne sont pas semblables.
4. Avec le coefficient $1{,}5$, le plus grand côté doit mesurer $7 \times 1{,}5 = 10{,}5$ cm. On remplace 10 par $10{,}5$.

Corrigé 3 · Vrai ou faux

Revenir à l'énoncé

1. Vrai. Leurs trois angles mesurent $60°$.
2. Faux. Contre-exemple : angles de $90°$, $45°$, $45°$ d'un côté, de $90°$, $30°$, $60°$ de l'autre.
3. Vrai. Dans chacun, les deux angles à la base sont égaux et mesurent $(180 - 40) \div 2 = 70°$: les angles sont $40°$, $70°$ et $70°$.
4. Faux. Un triangle agrandi avec le coefficient 2 est semblable au premier, mais son aire est multipliée par 4.
5. Vrai. $6 \div 3 = 8 \div 4 = 10 \div 5 = 2$: les longueurs sont proportionnelles.

Corrigé 4 · Un coefficient, trois calculs

Revenir à l'énoncé

1. $[DE]$ est homologue de $[AB]$: $k = 7{,}5 \div 5 = 1{,}5$.
2. $EF = 1{,}5 \times BC = 10{,}5$ cm et $DF = 1{,}5 \times AC = 9$ cm.
3. $5 + 7 + 6 = 18$ cm et $7{,}5 + 10{,}5 + 9 = 27$ cm. Le périmètre est multiplié par $1{,}5$, comme les longueurs.
4. L'aire est multipliée par $k^2 = 2{,}25$: environ $14{,}7 \times 2{,}25 \approx 33{,}1$ cm².

Corrigé 5 · Un angle commun, un angle égal

Revenir à l'énoncé

1. Les deux triangles ont l'angle en A en commun, et $\widehat{ACD} = \widehat{ABC}$. Deux angles égaux suffisent, car le troisième s'en déduit : ils sont semblables.
2. A correspond à A, C à B et D à C. Donc $\dfrac{AD}{AC} = \dfrac{AC}{AB} = \dfrac{CD}{BC}$.
3. $\dfrac{AC}{AB} = \dfrac{6}{9} = \dfrac{2}{3}$. Donc $AD = \dfrac{2}{3} \times 6 = 4$ cm et $CD = \dfrac{2}{3} \times 7{,}5 = 5$ cm.
4. Le coefficient de réduction vaut $\dfrac{2}{3}$, donc l'aire est multipliée par $\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 = \dfrac{4}{9}$.

Corrigé 6 · La hauteur du triangle rectangle

Revenir à l'énoncé

1. ABH est rectangle en H, CBA est rectangle en A, et l'angle en B leur est commun. Deux angles égaux : ils sont semblables, avec A, B, H homologues de C, B, A.
2. $\dfrac{AB}{CB} = \dfrac{BH}{BA}$, donc $AB^2 = BH \times BC = 3{,}6 \times 10 = 36$, et $AB = 6$ cm.
3. Les triangles AHC et BAC sont rectangles en H et en A, et ont l'angle en C en commun. Donc $\dfrac{AC}{BC} = \dfrac{HC}{AC}$, soit $AC^2 = HC \times BC = 6{,}4 \times 10 = 64$, et $AC = 8$ cm.
4. $AB^2 + AC^2 = 36 + 64 = 100 = BC^2$. De la question 1, $\dfrac{AH}{CA} = \dfrac{AB}{CB}$, donc $AH = \dfrac{8 \times 6}{10} = 4{,}8$ cm.

Corrigé 7 · La hauteur d'un arbre

Revenir à l'énoncé

1. Ils sont rectangles au pied de l'objet, et les rayons du soleil, parallèles, font le même angle avec le sol : deux angles égaux.
2. Le coefficient vaut $12 \div 2 = 6$, donc l'arbre mesure $1{,}5 \times 6 = 9$ m.
3. $30 \div 2 = 15$, donc l'immeuble mesure $1{,}5 \times 15 = 22{,}5$ m.
4. Plus courte. La méthode reste valable si les deux ombres sont mesurées au même moment.

Corrigé 8 · Agrandir, puis réduire

Revenir à l'énoncé

1. $k = 12{,}5 \div 5 = 2{,}5$. Les côtés mesurent $3 \times 2{,}5 = 7{,}5$ cm et $4 \times 2{,}5 = 10$ cm.
2. $\dfrac{3 \times 4}{2} = 6$ cm² et $\dfrac{7{,}5 \times 10}{2} = 37{,}5$ cm². L'aire est multipliée par $37{,}5 \div 6 = 6{,}25 = 2{,}5^2$.
3. $k = 2 \div 12{,}5 = 0{,}16$. Les côtés mesurent $7{,}5 \times 0{,}16 = 1{,}2$ cm et $10 \times 0{,}16 = 1{,}6$ cm.
4. Un agrandissement ou une réduction conserve les angles : l'angle droit est conservé. On le vérifie : $1{,}2^2 + 1{,}6^2 = 1{,}44 + 2{,}56 = 4 = 2^2$.

Corrigé 9 · Corriger une copie

Revenir à l'énoncé

1. $6 \div 4 = 1{,}5$, $7 \div 5 = 1{,}4$ et $8 \div 6 \approx 1{,}33$. Les quotients diffèrent : Noé a tort.
2. $k = 6 \div 4 = 1{,}5$: les côtés mesurent 6 cm, $5 \times 1{,}5 = 7{,}5$ cm et $6 \times 1{,}5 = 9$ cm.
3. On les multiplie toutes par le même nombre, le coefficient. Ajouter le même nombre ne conserve pas les quotients.

Corrigé 10 · Les diagonales d'un trapèze

Revenir à l'énoncé

1. (AB) et (CD) sont parallèles et coupées par la sécante (AC) : $\widehat{OAB}$ et $\widehat{OCD}$ sont alternes-internes, donc égaux. $\widehat{AOB}$ et $\widehat{COD}$ sont opposés par le sommet, donc égaux.
2. Deux angles égaux : les triangles sont semblables, avec O, A, B homologues de O, C, D. Le coefficient vaut $\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{4}{10} = 0{,}4$.
3. O est sur $[AC]$, donc $OA + OC = 7$, avec $OA = 0{,}4 \times OC$: $1{,}4 \times OC = 7$, d'où $OC = 5$ cm et $OA = 2$ cm.
4. De même, $1{,}4 \times OD = 9{,}8$, d'où $OD = 7$ cm et $OB = 2{,}8$ cm.

Corrigé 11 · Chercher toutes les possibilités

Revenir à l'énoncé

1. Les longueurs sont toutes multipliées par le même nombre positif k, ce qui conserve leur ordre.
2. x le plus petit : $6 \div 4 \neq 8 \div 5$. x au milieu : $6 \div 3 \neq 8 \div 5$. x le plus grand : $6 \div 3 = 8 \div 4 = 2$, donc $x = 5 \times 2 = 10$ cm. Seule solution : $x = 10$.
3. x le plus petit : $6 \div 6 = 8 \div 8 = 1$, donc $x = 4$. x au milieu : $6 \div 4 \neq 8 \div 8$. x le plus grand : $6 \div 4 \neq 8 \div 6$. Seule solution : $x = 4$, le même triangle.

Pour continuer : les exercices en ligne sur les triangles semblables, puis le cours sur l'agrandissement et la réduction.