FICHE D'EXERCICES CORRIGÉS

Théorème de Pythagore

4e · Exercices corrigés

Le cours de Pythagore expose le théorème, sa réciproque et sa contraposée. Dans cette fiche, il faut d'abord déterminer ce que l'on sait du triangle, puis choisir le raisonnement adapté.

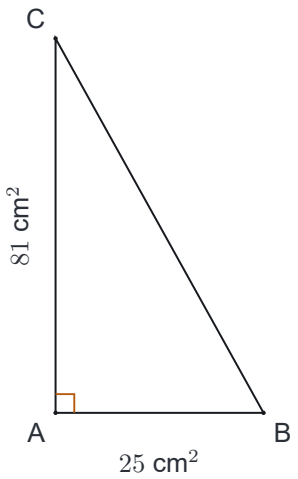
Calculer dans un triangle rectangle

Exercice 1 | Lire les aires des carrés

Corrigé p. 3 →

ABC est rectangle en A. Le carré construit sur [AB] a une aire de 25 cm^2 ; celui construit sur [AC] a une aire de 81 cm^2.

1. Donner les longueurs AB et AC.
2. Quelle est l'aire du carré construit sur [BC] ? Justifier.
3. Donner BC exactement, puis l'encadrer entre deux entiers consécutifs.



Exercice 2 | Un côté décimal à retrouver

Corrigé p. 3 →

RST est rectangle en S, avec $RT = 7{,}3$ cm et $RS = 4{,}8$ cm.

1. Quel côté est l'hypoténuse ? Écrire l'égalité adaptée.
2. Calculer ST sans arrondir.
3. Vérifier que les trois longueurs obtenues sont cohérentes.

Décider avant d'affirmer

Exercice 3 | Un croquis presque droit

Corrigé p. 3 →

Un croquis fait paraître droit un angle d'un triangle de côtés 6, 9 et 11 cm. Aucun angle droit n'est pourtant indiqué.

1. Ces trois longueurs permettent-elles de construire un triangle ?
2. Comparer le carré du plus grand côté à la somme des deux autres carrés.
3. Conclure sur la présence d'un angle droit, en nommant le raisonnement.

Exercice 4 | Un angle à démontrer

Corrigé p. 3 →

Dans PQR, $PQ = 29$ cm, $PR = 20$ cm et $QR = 21$ cm. On ne sait rien des angles.

1. Établir l'égalité numérique qui convient.
2. Déduire en quel sommet se trouve l'angle droit et citer le théorème utilisé.
3. Calculer l'aire de PQR.

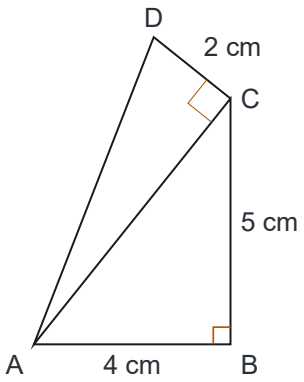
Relier plusieurs informations

Exercice 5 | Deux angles droits, deux étapes

Corrigé p. 4 →

ABC est rectangle en B avec $AB = 4$ cm et $BC = 5$ cm. ACD est rectangle en C avec $CD = 2$ cm. Le schéma indique les deux angles droits.

1. Calculer AC^2, puis donner AC exactement.
2. En déduire AD^2 et la longueur exacte AD.
3. Sans arrondir, prouver que AD est plus petite que 7 cm.



Exercice 6 | Même hypoténuse, autres côtés

Corrigé p. 4 →

Deux triangles rectangles ont pour côtés de l'angle droit 2 et 9 cm pour le premier, 6 et 7 cm pour le second.

1. Calculer le carré de chaque hypoténuse. Que remarque-t-on ?
2. Comparer les périmètres sans calculer de racine décimale.
3. Deux triangles rectangles de même hypoténuse sont-ils forcément identiques ?

Exercice 7 | D'abord un triangle

Corrigé p. 4 →

On propose deux lots de segments : 2, 4, 7 cm et 5, 8, 10 cm.

1. Quel lot ne peut même pas former un triangle ? Expliquer.
2. Pour l'autre lot, comparer les carrés appropriés.
3. Peut-on conclure que ce second triangle est rectangle ? Justifier.

Précision et contrôle

Exercice 8 | Une mesure n'est pas une preuve

Corrigé p. 4 →

Un triangle est mesuré au centimètre près : ses côtés sont annoncés comme 3, 4 et 5 cm, sans valeurs exactes.

1. Si les trois longueurs étaient exactement 3, 4 et 5 cm, que pourrait-on prouver ?
2. Peut-on tirer cette conclusion des seules mesures arrondies ?
3. Vérifier que $3{,}1$, $4{,}1$ et $5{,}1$ cm donnent les mêmes arrondis, forment un triangle, mais ne vérifient pas l'égalité de Pythagore.

Exercice 9 | Un patron d'aire connue

Corrigé p. 4 →

Un patron a la forme d'un triangle rectangle d'aire 42 cm^2. Un côté de l'angle droit mesure 7 cm.

1. Retrouver l'autre côté de l'angle droit à partir de l'aire.
2. Calculer exactement la longueur de l'hypoténuse.
3. Sans calculatrice, entre quels entiers consécutifs se situe-t-elle ?

Corrigés détaillés

Corrigé 1 · Lire les aires des carrés

Revenir à l'énoncé

1. Une longueur est positive : $AB = \sqrt{25} = 5$ cm et $AC = \sqrt{81} = 9$ cm.
2. ABC est rectangle en A, donc $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 25 + 81 = 106$. L'aire du carré sur [BC] vaut 106 cm^2.
3. $BC = \sqrt{106}$ cm. Comme $10^2 = 100 < 106 < 121 = 11^2$, on a $10 < BC < 11$ cm.

Corrigé 2 · Un côté décimal à retrouver

Revenir à l'énoncé

1. Le côté [RT] est opposé à l'angle droit S : $RT^2 = RS^2 + ST^2$.
2. $ST^2 = 7{,}3^2 - 4{,}8^2 = 53{,}29 - 23{,}04 = 30{,}25$. Donc $ST = \sqrt{30{,}25} = 5{,}5$ cm.
3. $7{,}3$ est plus grand que $4{,}8$ et $5{,}5$; l'hypoténuse est bien le plus grand côté.

Corrigé 3 · Un croquis presque droit

Revenir à l'énoncé

1. $6 + 9 > 11$: le triangle peut être construit.
2. Le plus grand côté mesure 11 cm. Or $11^2 = 121$ et $6^2 + 9^2 = 36 + 81 = 117$; ces nombres diffèrent.
3. Par la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle n'est pas rectangle. L'apparence du croquis n'est pas une preuve.

Corrigé 4 · Un angle à démontrer

Revenir à l'énoncé

1. $PQ^2 = 29^2 = 841$ et $PR^2 + QR^2 = 20^2 + 21^2 = 400 + 441 = 841$.
2. Le côté [PQ] est le plus grand. Par la réciproque du théorème de Pythagore, PQR est rectangle en R.
3. Les côtés de l'angle droit sont PR et QR : $\mathcal{A} = 20 \times 21/2 = 210$ cm^2.

Corrigé 5 · Deux angles droits, deux étapes

Revenir à l'énoncé

1. Dans ABC rectangle en B, $AC^2 = AB^2 + BC^2 = 4^2 + 5^2 = 41$, donc $AC = \sqrt{41}$ cm.
2. Dans ACD rectangle en C, $AD^2 = AC^2 + CD^2 = 41 + 2^2 = 45$; ainsi $AD = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$ cm.
3. $AD^2 = 45 < 49 = 7^2$; comme les longueurs sont positives, $AD < 7$ cm, sans approximation.

Corrigé 6 · Même hypoténuse, autres côtés

Revenir à l'énoncé

1. $2^2 + 9^2 = 4 + 81 = 85$ et $6^2 + 7^2 = 36 + 49 = 85$: les deux hypoténuses mesurent $\sqrt{85}$ cm.
2. Les périmètres valent respectivement $11 + \sqrt{85}$ et $13 + \sqrt{85}$ cm. Le second dépasse le premier de 2 cm.
3. Non : une même hypoténuse n'impose pas les deux autres côtés. Ces deux triangles en donnent un contre-exemple.

Corrigé 7 · D'abord un triangle

Revenir à l'énoncé

1. $2 + 4 = 6 < 7$: le premier lot ne forme aucun triangle.
2. Pour 5, 8, 10, on a $5 + 8 > 10$, puis $10^2 = 100$ tandis que $5^2 + 8^2 = 25 + 64 = 89$.
3. Non. Par la contraposée du théorème de Pythagore, ce second triangle n'est pas rectangle.

Corrigé 8 · Une mesure n'est pas une preuve

Revenir à l'énoncé

1. Pour des longueurs exactes, $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$: la réciproque prouverait que le triangle est rectangle.
2. Non : les arrondis ne donnent pas nécessairement des égalités exactes.
3. $3{,}1$, $4{,}1$, $5{,}1$ s'arrondissent à 3, 4, 5 au centimètre ; $3{,}1 + 4{,}1 > 5{,}1$. Mais $3{,}1^2 + 4{,}1^2 = 26{,}42 \neq 26{,}01 = 5{,}1^2$: ce triangle n'est pas rectangle.

Corrigé 9 · Un patron d'aire connue

Revenir à l'énoncé

1. Si x est l'autre côté de l'angle droit, $7x/2 = 42$; donc $x = 12$ cm.
2. Le théorème donne $h^2 = 7^2 + 12^2 = 49 + 144 = 193$; l'hypoténuse est $\sqrt{193}$ cm.
3. $13^2 = 169 < 193 < 196 = 14^2$: elle mesure entre 13 et 14 cm.

Pour reprendre les trois raisonnements, lire le cours de Pythagore en 4e. Pour s'entraîner sur d'autres situations, consulter les exercices corrigés en ligne.