FICHE D'EXERCICES CORRIGÉS

Racine carrée

4e · Comprendre, encadrer, résoudre des problèmes

Le cours sur la racine carrée en 4e donne la définition et la méthode d'encadrement. Cette fiche part du sens de la racine carrée, passe aux encadrements, puis aux problèmes de géométrie, et se termine par une évaluation corrigée de 30 minutes.

Comprendre la racine carrée

Exercice 1 — Retrouver la racine sans calculatrice

Corrigé p. 5 →

Donner la valeur de chaque racine carrée, sans calculatrice, en citant le carré utilisé.

1. $\sqrt{81}$
2. $\sqrt{144}$
3. $\sqrt{0}$
4. $\sqrt{1}$
5. $\sqrt{0{,}25}$
6. $\sqrt{1{,}44}$

Exercice 2 — Vrai ou faux

Corrigé p. 5 →

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, puis justifier.

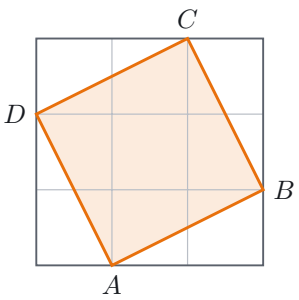
1. Comme $(-5)^2 = 25$, on a $\sqrt{25} = -5$.
2. $\sqrt{-16} = -4$
3. $\sqrt{100} = 50$
4. $\sqrt{36 + 64} = \sqrt{36} + \sqrt{64}$
5. $(\sqrt{7})^2 = 7$
6. La racine carrée d'un nombre est toujours plus petite que ce nombre.

Exercice 3 — Un carré incliné sur un quadrillage

Corrigé p. 5 →

Sur la figure, chaque carreau a pour côté 1 cm. Le carré $ABCD$ est tracé dans un grand carré de côté 3 cm.

1. Calculer l'aire du carré $ABCD$ en retirant quatre triangles du grand carré.
2. En déduire la longueur exacte du côté AB.
3. Retrouver ce résultat avec le théorème de Pythagore.
4. Encadrer AB par deux entiers consécutifs.



Encadrer et comparer

Exercice 4 — Entre deux entiers consécutifs

Corrigé p. 5 →

Encadrer chaque racine carrée par deux entiers consécutifs, en citant les deux carrés parfaits utilisés.

1. $\sqrt{18}$
2. $\sqrt{55}$
3. $\sqrt{110}$
4. $\sqrt{140}$
5. $\sqrt{3}$

Exercice 5 — Comparer sans la touche racine

Corrigé p. 5 →

Deux nombres positifs sont rangés dans le même ordre que leurs carrés.

1. Comparer $\sqrt{30}$ et $5{,}5$.
2. Comparer $\sqrt{63}$ et $7{,}9$.
3. Ranger dans l'ordre croissant : 4 ; $\sqrt{10}$; $3{,}5$; $\sqrt{17}$; $\sqrt{16}$.
4. Expliquer pourquoi $\sqrt{50}$ ne peut pas être égal à $7{,}1$.

Exercice 6 — Approcher $\sqrt{7}$ avec des carrés

Corrigé p. 6 →

On cherche une valeur approchée de $\sqrt{7}$ en utilisant seulement la touche carré de la calculatrice.

1. Encadrer $\sqrt{7}$ par deux entiers consécutifs.
2. Calculer $2{,}6^2$ et $2{,}7^2$, puis en déduire un encadrement de $\sqrt{7}$ au dixième.
3. Calculer $2{,}64^2$ et $2{,}65^2$, puis en déduire un encadrement au centième.
4. Calculer $2{,}645^2$, puis donner l'arrondi de $\sqrt{7}$ au centième.

Résoudre des problèmes

Exercice 7 — Clôturer un jardin carré

Corrigé p. 6 →

Un jardin carré a une aire de 150 m². On veut le clôturer avec un grillage vendu en rouleaux de 10 m.

1. Donner la longueur exacte du côté, puis l'encadrer par deux entiers consécutifs.
2. Donner à la calculatrice l'arrondi du côté au centième.
3. Calculer le périmètre du jardin, puis l'arrondir au mètre.
4. Combien de rouleaux faut-il acheter ? L'encadrement de la question 1 suffisait-il pour répondre ?

Exercice 8 — Trois triangles rectangles

Corrigé p. 6 →

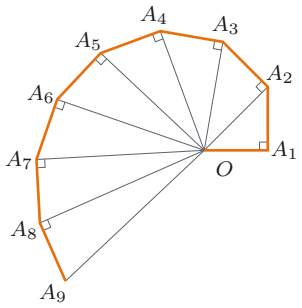
Dans chaque cas, le triangle ABC est rectangle en A. Donner la valeur exacte demandée et, si elle n'est pas entière, son arrondi au dixième.

1. $AB = 6$ cm et $AC = 8$ cm. Calculer BC.
2. $AB = 4$ cm et $AC = 5$ cm. Calculer BC.
3. $AB = 5$ cm et $BC = 9$ cm. Calculer AC.
4. Un élève trouve $AC = \sqrt{106}$ cm à la question 3. Expliquer sans calculatrice pourquoi c'est faux.

Exercice 9 — La spirale de Théodore

Corrigé p. 6 →

Sur la figure, qui n'est pas en vraie grandeur, $OA_1 = 1$ cm. Le triangle OA_1A_2 est rectangle en A_1 avec $A_1A_2 = 1$ cm. Le triangle OA_2A_3 est rectangle en A_2 avec $A_2A_3 = 1$ cm, et ainsi de suite.



1. Calculer OA_2, OA_3 et OA_4.
2. Comment passe-t-on de OA_3^2 à OA_4^2 ? En déduire OA_5 et OA_6.
3. Quels segments de la figure, issus de O, ont une longueur entière ?
4. Combien de triangles faudrait-il pour obtenir un segment de 4 cm ?

Indice. Le théorème de Pythagore relie deux segments issus de O qui se suivent.

Exercice 10 — Doubler l'aire d'un carré

Corrigé p. 6 →

Un carré a pour côté 4 cm. Théo affirme : « Pour doubler son aire, il suffit de doubler son côté. »

1. Calculer l'aire du carré de côté 4 cm et celle du carré de côté 8 cm. Théo a-t-il raison ?
2. Donner la longueur exacte du côté d'un carré d'aire 32 cm².
3. À la calculatrice, comparer $\sqrt{32} \div 4$ et $\sqrt{2}$. Par quel nombre faut-il environ multiplier le côté ?
4. Un carré a pour côté 10 cm. Estimer le côté du carré d'aire double avec ce coefficient, puis vérifier avec une racine carrée.

Exercice 11 — Le temps de chute

Corrigé p. 6 →

Un objet lâché d'une hauteur h, en mètres, touche le sol au bout d'un temps t, en secondes, avec environ $t = \sqrt{h \div 5}$.

1. Calculer t pour $h = 20$ m, puis pour $h = 80$ m.
2. La hauteur a été multipliée par 4. Par combien le temps a-t-il été multiplié ?
3. Pour $h = 30$ m, encadrer t par deux entiers consécutifs, puis donner son arrondi au dixième.
4. L'objet met 5 s à tomber. De quelle hauteur a-t-il été lâché ?

Exercice 12 — Pour aller plus loin : $\sqrt{2}$ n'est pas décimal

Corrigé p. 7 →

On raisonne par l'absurde : on suppose que $\sqrt{2}$ est un nombre décimal, et on cherche une contradiction.

1. Justifier que $\sqrt{2}$ n'est pas un entier.
2. Calculer $1{,}4^2$ et $1{,}41^2$. Combien ont-ils de chiffres après la virgule, et quel est leur dernier chiffre ?
3. Donner le dernier chiffre du carré de chaque chiffre de 1 à 9. Peut-on obtenir 0 ?
4. Un décimal non entier se termine par un chiffre non nul. Expliquer pourquoi son carré n'est pas un entier, puis conclure.

Évaluation de 30 minutes

Exercice 13 — Automatismes (6 points)

Corrigé p. 7 →

Sans calculatrice. Chaque question vaut 1 point.

1. Calculer $\sqrt{49}$.
2. Calculer $\sqrt{0{,}81}$.
3. Calculer $(\sqrt{11})^2$.
4. Calculer $\sqrt{5^2}$.
5. Quel nombre positif a pour carré 144 ?
6. L'écriture $\sqrt{-9}$ a-t-elle un sens ? Justifier.

Exercice 14 — Encadrer et comparer (6 points)

Corrigé p. 7 →

Chaque question vaut $1{,}5$ point. La calculatrice n'est autorisée qu'à la question 4.

1. Encadrer $\sqrt{75}$ par deux entiers consécutifs.
2. Comparer $\sqrt{50}$ et 7.
3. Ranger dans l'ordre croissant : 3 ; $\sqrt{8}$; $2{,}9$; $\sqrt{10}$.
4. Donner l'arrondi au dixième de $\sqrt{75}$.

Exercice 15 — Un problème (8 points)

Corrigé p. 7 →

Un panneau rectangulaire mesure 9 m sur 4 m. On veut le remplacer par un panneau carré de même aire.

1. Calculer l'aire du panneau rectangulaire. (1 point)
2. Calculer le côté du panneau carré. (2 points)
3. Lequel des deux panneaux a le plus petit périmètre ? (1,5 point)
4. Donner la longueur exacte de la diagonale du panneau rectangulaire. (2 points)
5. Encadrer cette diagonale par deux entiers consécutifs, puis donner son arrondi au dixième, à la calculatrice. (1,5 point)

Corrigés détaillés

Corrigé 1 · Retrouver la racine sans calculatrice

Revenir à l'énoncé

1. $9^2 = 81$ et 9 est positif, donc $\sqrt{81} = 9$.
2. $12^2 = 144$, donc $\sqrt{144} = 12$.
3. $0^2 = 0$, donc $\sqrt{0} = 0$.
4. $1^2 = 1$, donc $\sqrt{1} = 1$.
5. $0{,}5^2 = 0{,}25$, donc $\sqrt{0{,}25} = 0{,}5$.
6. $1{,}2^2 = 1{,}44$, donc $\sqrt{1{,}44} = 1{,}2$.

Corrigé 2 · Vrai ou faux

Revenir à l'énoncé

1. Faux. La racine carrée de 25 est le nombre positif dont le carré est 25, donc $\sqrt{25} = 5$.
2. Faux. Un carré n'est jamais négatif : aucun nombre n'a pour carré -16, donc $\sqrt{-16}$ n'a pas de sens.
3. Faux. $50^2 = 2\,500$. En fait, $10^2 = 100$, donc $\sqrt{100} = 10$.
4. Faux. À gauche, $\sqrt{100} = 10$. À droite, $6 + 8 = 14$.
5. Vrai. Par définition, $\sqrt{7}$ est le nombre positif dont le carré est 7.
6. Faux. $\sqrt{0{,}25} = 0{,}5$, qui est plus grand que $0{,}25$.

Corrigé 3 · Un carré incliné sur un quadrillage

Revenir à l'énoncé

1. Chaque triangle est rectangle, et les côtés de son angle droit mesurent 1 cm et 2 cm. Son aire vaut $\dfrac{1 \times 2}{2} = 1$ cm². L'aire de $ABCD$ vaut $9 - 4 \times 1 = 5$ cm².
2. AB est une longueur, donc un nombre positif, et $AB^2 = 5$. Ainsi $AB = \sqrt{5}$ cm.
3. $[AB]$ est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 1 cm et 2 cm : $AB^2 = 1^2 + 2^2 = 5$, donc $AB = \sqrt{5}$ cm.
4. $4 < 5 < 9$, donc $2 < \sqrt{5} < 3$.

Corrigé 4 · Entre deux entiers consécutifs

Revenir à l'énoncé

1. $16 < 18 < 25$, donc $4 < \sqrt{18} < 5$.
2. $49 < 55 < 64$, donc $7 < \sqrt{55} < 8$.
3. $100 < 110 < 121$, donc $10 < \sqrt{110} < 11$.
4. $121 < 140 < 144$, donc $11 < \sqrt{140} < 12$.
5. $1 < 3 < 4$, donc $1 < \sqrt{3} < 2$.

Corrigé 5 · Comparer sans la touche racine

Revenir à l'énoncé

1. $5{,}5^2 = 30{,}25$, qui est plus grand que 30. Donc $\sqrt{30} < 5{,}5$.
2. $7{,}9^2 = 62{,}41$, qui est plus petit que 63. Donc $\sqrt{63} > 7{,}9$.
3. Les carrés sont 16 ; 10 ; $12{,}25$; 17 ; 16. Donc $\sqrt{10} < 3{,}5 < 4 = \sqrt{16} < \sqrt{17}$.
4. $7{,}1^2 = 50{,}41$, et non 50. Le carré de $\sqrt{50}$ doit valoir exactement 50.

Corrigé 6 · Approcher $\sqrt{7}$ avec des carrés

Revenir à l'énoncé

1. $4 < 7 < 9$, donc $2 < \sqrt{7} < 3$.
2. $2{,}6^2 = 6{,}76$ et $2{,}7^2 = 7{,}29$. Comme $6{,}76 < 7 < 7{,}29$, on a $2{,}6 < \sqrt{7} < 2{,}7$.
3. $2{,}64^2 = 6{,}9696$ et $2{,}65^2 = 7{,}0225$, donc $2{,}64 < \sqrt{7} < 2{,}65$.
4. $2{,}645^2 = 6{,}996025$, plus petit que 7. Donc $\sqrt{7}$ dépasse $2{,}645$, milieu de $2{,}64$ et $2{,}65$: son arrondi au centième est $2{,}65$.

Corrigé 7 · Clôturer un jardin carré

Revenir à l'énoncé

1. Le côté mesure $\sqrt{150}$ m. Comme $144 < 150 < 169$, on a $12 < \sqrt{150} < 13$.
2. $\sqrt{150} \approx 12{,}25$ m.
3. Le périmètre vaut $4 \times \sqrt{150} \approx 48{,}99$ m, soit environ 49 m.
4. 4 rouleaux donnent 40 m et 5 rouleaux 50 m : il en faut 5. L'encadrement ne suffisait pas : il donnait un périmètre entre 48 m et 52 m, ce qui laissait hésiter entre 5 et 6 rouleaux.

Corrigé 8 · Trois triangles rectangles

Revenir à l'énoncé

1. D'après le théorème de Pythagore, $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100$, donc $BC = 10$ cm.
2. $BC^2 = 4^2 + 5^2 = 41$, donc $BC = \sqrt{41}$ cm, soit environ $6{,}4$ cm.
3. $AC^2 = BC^2 - AB^2 = 9^2 - 5^2 = 56$, donc $AC = \sqrt{56}$ cm, soit environ $7{,}5$ cm.
4. $\sqrt{106} > \sqrt{81} = 9$: AC serait plus long que l'hypoténuse BC. L'élève a ajouté les carrés au lieu de les soustraire.

Corrigé 9 · La spirale de Théodore

Revenir à l'énoncé

1. $OA_2^2 = 1^2 + 1^2 = 2$, donc $OA_2 = \sqrt{2}$ cm. Puis $OA_3^2 = 2 + 1 = 3$, donc $OA_3 = \sqrt{3}$ cm. Enfin $OA_4^2 = 3 + 1 = 4$, donc $OA_4 = 2$ cm.
2. D'après Pythagore, $OA_4^2 = OA_3^2 + 1$: le carré de la longueur augmente de 1 à chaque triangle. Donc $OA_5 = \sqrt{5}$ cm et $OA_6 = \sqrt{6}$ cm.
3. $OA_1 = 1$ cm, $OA_4 = \sqrt{4} = 2$ cm et $OA_9 = \sqrt{9} = 3$ cm.
4. $4 = \sqrt{16}$: il faut atteindre A_{16}. Le premier triangle mène à A_2, donc il en faut 15.

Corrigé 10 · Doubler l'aire d'un carré

Revenir à l'énoncé

1. Les aires valent 16 cm² et 64 cm². En doublant le côté, l'aire est multipliée par 4 : Théo a tort.
2. Le côté mesure $\sqrt{32}$ cm.
3. Les deux nombres affichent $1{,}414\ldots$ Il faut donc multiplier le côté par environ $1{,}41$.
4. $10 \times 1{,}41 = 14{,}1$ cm. L'aire double vaut 200 cm², et $\sqrt{200} \approx 14{,}14$ cm : l'estimation convient.

Corrigé 11 · Le temps de chute

Revenir à l'énoncé

1. Pour $h = 20$: $t = \sqrt{20 \div 5} = \sqrt{4} = 2$ s. Pour $h = 80$: $t = \sqrt{16} = 4$ s.
2. Le temps passe de 2 s à 4 s : il est multiplié par 2, et non par 4.
3. $t = \sqrt{6}$ s. Comme $4 < 6 < 9$, on a $2 < t < 3$, et $t \approx 2{,}4$ s.
4. Le nombre dont la racine carrée vaut 5 est $5^2 = 25$. Donc $h \div 5 = 25$, soit $h = 125$ m.

Corrigé 12 · Pour aller plus loin : $\sqrt{2}$ n'est pas décimal

Revenir à l'énoncé

1. $1 < 2 < 4$, donc $1 < \sqrt{2} < 2$, et il n'y a pas d'entier strictement entre 1 et 2.
2. $1{,}4^2 = 1{,}96$ a deux chiffres après la virgule et se termine par 6. $1{,}41^2 = 1{,}9881$ en a quatre et se termine par 1.
3. On obtient $1\,;\,4\,;\,9\,;\,6\,;\,5\,;\,6\,;\,9\,;\,4\,;\,1$. Le chiffre 0 n'apparaît jamais.
4. Écrivons ce décimal $a = \dfrac{N}{10^k}$, où l'entier N se termine par le dernier chiffre de a, non nul. D'après la question 3, N^2 ne se termine pas par 0, donc $a^2 = \dfrac{N^2}{10^{2k}}$ n'est pas un entier. Or $(\sqrt{2})^2 = 2$: c'est une contradiction, donc $\sqrt{2}$ n'est pas décimal.

Corrigé 13 · Automatismes (6 points)

Revenir à l'énoncé

1. $\sqrt{49} = 7$.
2. $\sqrt{0{,}81} = 0{,}9$.
3. $(\sqrt{11})^2 = 11$.
4. $\sqrt{5^2} = \sqrt{25} = 5$.
5. 12, car $12^2 = 144$.
6. Non : un carré n'est jamais négatif, donc aucun nombre n'a pour carré -9.

Corrigé 14 · Encadrer et comparer (6 points)

Revenir à l'énoncé

1. $64 < 75 < 81$, donc $8 < \sqrt{75} < 9$.
2. $7^2 = 49$, plus petit que 50. Donc $\sqrt{50} > 7$.
3. Les carrés sont $9\,;\,8\,;\,8{,}41\,;\,10$. Donc $\sqrt{8} < 2{,}9 < 3 < \sqrt{10}$.
4. $\sqrt{75} \approx 8{,}66$, soit $8{,}7$ au dixième.

Corrigé 15 · Un problème (8 points)

Revenir à l'énoncé

1. L'aire vaut $9 \times 4 = 36$ m².
2. Le côté est le nombre positif de carré 36 : il mesure $\sqrt{36} = 6$ m.
3. Le rectangle a un périmètre de $2 \times (9 + 4) = 26$ m, et le carré de $4 \times 6 = 24$ m. Le carré a le plus petit.
4. La diagonale d est l'hypoténuse d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent 9 m et 4 m. D'après Pythagore, $d^2 = 81 + 16 = 97$, donc $d = \sqrt{97}$ m.
5. $81 < 97 < 100$, donc $9 < d < 10$, et $d \approx 9{,}8$ m.

Pour continuer : les exercices en ligne sur la racine carrée, puis les exercices sur Pythagore.