FICHE D'EXERCICES CORRIGÉS

Puissances

3e · Exposants relatifs, puissances de 10, notation scientifique

Le cours sur les puissances en 3e rappelle la définition et les règles de calcul. Cette fiche part du sens d'une puissance, passe aux puissances de 10 et à la notation scientifique, résout des problèmes de sciences et se termine par une évaluation corrigée de 30 minutes.

Le sens d'une puissance

Exercice 1 — Calculer sans calculatrice

Corrigé p. 5 →

Donner la valeur exacte de chaque nombre, sous forme d'un entier, d'un décimal ou d'une fraction.

1. $(-2)^4$
2. -2^4
3. $(-2)^3$
4. 3^{-2}
5. $\left(\frac{2}{3}\right)^2$
6. $0{,}5^3$
7. 10^{-4}
8. 7^0
9. $(-1)^{15}$

Exercice 2 — Le signe d'une puissance

Corrigé p. 5 →

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, puis justifier sans calculer la puissance.

1. $(-5)^{12}$ est un nombre positif.
2. $(-3)^7$ est un nombre positif.
3. 2^{-3} est un nombre négatif.
4. -4^2 et $(-4)^2$ sont égaux.
5. $(-0{,}9)^{20}$ est plus petit que 1.

Exercice 3 — Retrouver les règles avec la définition

Corrigé p. 5 →

Pour chaque calcul, écrire les puissances comme des produits, compter les facteurs, puis donner le résultat sous la forme d'une seule puissance.

1. $5^3 \times 5^4$
2. $\frac{7^6}{7^2}$
3. $(2^3)^2$
4. $\frac{3^2}{3^5}$
5. Lina écrit $2^3 \times 3^2 = 6^5$. Montrer qu'elle a tort en calculant les deux membres.

Indice. Pour un quotient, on simplifie les facteurs communs au numérateur et au dénominateur.

Puissances de 10 et préfixes

Exercice 4 — Une seule puissance de 10

Corrigé p. 5 →

Écrire chaque nombre sous la forme 10^n, où n est un entier relatif.

1. $A = 10^5 \times 10^{-8}$
2. $B = \dfrac{10^{-2}}{10^{-6}}$
3. $C = (10^{-3})^2$
4. $D = 10^4 \times 10^{-4}$
5. $E = \dfrac{10^2 \times 10^{-5}}{10^{-1}}$
6. $F = 0{,}001 \times 1\,000\,000$

Exercice 5 — Du nanomètre au gigaoctet

Corrigé p. 6 →

On rappelle : giga (G) $= 10^9$, méga (M) $= 10^6$, kilo (k) $= 10^3$, milli (m) $= 10^{-3}$, micro (µ) $= 10^{-6}$, nano (n) $= 10^{-9}$.

1. Un globule rouge mesure 7 µm de diamètre. Écrire cette longueur en mètres, avec une puissance de 10.
2. La lumière verte a une longueur d'onde de 550 nm. Écrire cette longueur en mètres, en notation scientifique.
3. Combien de nanomètres y a-t-il dans un millimètre ?
4. Combien d'octets une clé USB de 32 Go contient-elle ? Combien de fichiers de 4 Mo peut-elle contenir au maximum ?

Notation scientifique

Exercice 6 — Écrire en notation scientifique

Corrigé p. 6 →

Un nombre est en notation scientifique s'il s'écrit $a \times 10^n$, avec $1 \leqslant a < 10$ et n entier relatif. Écrire chaque nombre en notation scientifique.

1. $45\,000\,000$
2. $0{,}000\,38$
3. 72×10^5
4. $0{,}6 \times 10^{-3}$
5. $3\,080 \times 10^{-7}$
6. $0{,}012 \times 10^9$

Exercice 7 — Calculer sans perdre la virgule

Corrigé p. 6 →

Calculer chaque expression sans calculatrice et donner le résultat en notation scientifique.

1. $A = \dfrac{6 \times 10^4 \times 5 \times 10^{-7}}{3 \times 10^{-5}}$
2. $B = (1{,}2 \times 10^{-3})^2$
3. $C = 4 \times 10^8 + 3 \times 10^7$
4. Un élève écrit $C = 7 \times 10^{15}$. Expliquer son erreur.

Exercice 8 — Comparer des ordres de grandeur

Corrigé p. 6 →

Les masses de trois astres sont, en kilogrammes : Terre $5{,}97 \times 10^{24}$, Lune $7{,}35 \times 10^{22}$, Soleil $1{,}99 \times 10^{30}$.

1. Ranger ces trois masses dans l'ordre croissant, en justifiant à l'aide des exposants.
2. Encadrer chaque masse entre deux puissances de 10 d'exposants consécutifs.
3. À la calculatrice, combien de fois le Soleil est-il plus massif que la Terre ? Donner le résultat en notation scientifique, arrondi au dixième.
4. Retrouver ce résultat sans calculatrice, en arrondissant $1{,}99$ à 2 et $5{,}97$ à 6.

Résoudre des problèmes

Exercice 9 — Le voyage de la lumière

Corrigé p. 6 →

La lumière se déplace à environ 3×10^5 km/s. La distance moyenne entre la Terre et le Soleil est environ $1{,}5 \times 10^8$ km.

1. Calculer, en secondes, la durée mise par la lumière du Soleil pour atteindre la Terre. Convertir en minutes et secondes.
2. Une année-lumière est la distance parcourue par la lumière en une année de $365{,}25$ jours. Calculer le nombre de secondes dans une année, en notation scientifique arrondie au centième.
3. En déduire une année-lumière en kilomètres, en notation scientifique arrondie au centième.
4. L'étoile la plus proche du Soleil est à environ $4{,}2$ années-lumière. Calculer cette distance en kilomètres, en notation scientifique, en arrondissant le nombre décimal à l'unité.

Exercice 10 — Des bactéries qui doublent

Corrigé p. 6 →

Une culture contient une bactérie. Toutes les 20 minutes, le nombre de bactéries double.

1. Combien y a-t-il de bactéries après 1 heure ? Écrire ce nombre comme une puissance de 2.
2. Exprimer le nombre de bactéries après n doublements. Combien y en a-t-il après 4 heures ?
3. Sachant que $2^{10} = 1\,024$, montrer que 2^{20} dépasse un million.
4. Au bout de combien de temps la culture dépasse-t-elle un million de bactéries ? Vérifier avec 2^{19}.

Indice. Écrire le nombre de bactéries après 1, 2, puis 3 doublements.

Exercice 11 — Combien de molécules dans une goutte d'eau ?

Corrigé p. 7 →

Une molécule d'eau a une masse d'environ 3×10^{-26} kg. Une goutte d'eau a une masse de $0{,}05$ g.

1. Écrire la masse de la goutte en kilogrammes, en notation scientifique.
2. Calculer le nombre de molécules dans la goutte. Donner le résultat en notation scientifique, arrondi au dixième.
3. Une bouteille contient $1{,}5$ kg d'eau. Combien de molécules contient-elle, en notation scientifique ?
4. Combien de gouttes faut-il pour remplir la bouteille ?

Évaluation de 30 minutes

Exercice 12 — Automatismes (5 points)

Corrigé p. 7 →

Sans calculatrice. Chaque question vaut 1 point.

1. Calculer 2^5.
2. Calculer $(-3)^2$ et -3^2.
3. Écrire 10^{-3} en écriture décimale.
4. Écrire $10^7 \times 10^{-4}$ sous la forme 10^n.
5. Écrire $\dfrac{10^2}{10^{-5}}$ sous la forme 10^n.

Exercice 13 — Notation scientifique (5 points)

Corrigé p. 7 →

Sans calculatrice. Chaque question vaut $1{,}25$ point.

1. Écrire $0{,}000\,52$ en notation scientifique.
2. Écrire 340×10^5 en notation scientifique.
3. Calculer $(2 \times 10^3) \times (4 \times 10^{-5})$ et donner le résultat en notation scientifique.
4. Comparer $3{,}1 \times 10^{-4}$ et $2{,}9 \times 10^{-3}$.

Exercice 14 — Vrai ou faux (4 points)

Corrigé p. 7 →

Sans calculatrice. Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, et justifier. Chaque question vaut 1 point.

1. 10^{-2} est un nombre négatif.
2. $(-2)^{10} = 2^{10}$
3. $2^3 + 2^3 = 2^4$
4. $3^2 \times 3^4 = 9^6$

Exercice 15 — Un problème (6 points)

Corrigé p. 7 →

Un disque dur a une capacité de 2 To, soit 2×10^{12} octets. Une photo occupe 5 Mo et une heure de vidéo occupe $1{,}6$ Go. La calculatrice est autorisée.

1. Écrire la taille d'une photo et celle d'une heure de vidéo en octets, en notation scientifique. (1 point)
2. Combien de photos le disque peut-il contenir au maximum ? (1,5 point)
3. Combien d'heures de vidéo peut-il contenir au maximum ? (1,5 point)
4. On y range $100\,000$ photos. Combien d'heures de vidéo peut-on encore y mettre ? (2 points)

Corrigés détaillés

Corrigé 1 · Calculer sans calculatrice

Revenir à l'énoncé

1. $(-2)^4 = (-2)\times(-2)\times(-2)\times(-2) = 16$
2. $-2^4 = -(2\times 2\times 2\times 2) = -16$
3. $(-2)^3 = -8$
4. $3^{-2} = \dfrac{1}{3^2} = \dfrac{1}{9}$
5. $\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 = \dfrac{4}{9}$
6. $0{,}5^3 = 0{,}125$
7. $10^{-4} = 0{,}000\,1$
8. $7^0 = 1$
9. $(-1)^{15} = -1$: quinze facteurs -1, un nombre impair.

Corrigé 2 · Le signe d'une puissance

Revenir à l'énoncé

1. Vrai. Le produit contient 12 facteurs négatifs : un nombre pair de signes moins donne un produit positif.
2. Faux. Il y a 7 facteurs négatifs, un nombre impair : le produit est négatif.
3. Faux. $2^{-3} = \dfrac{1}{2^3}$ est l'inverse d'un nombre positif, donc il est positif.
4. Faux. -4^2 est l'opposé de 4^2, donc il est négatif, alors que $(-4)^2$ a deux facteurs négatifs, donc il est positif.
5. Vrai. Le nombre est positif, car l'exposant est pair, et égal à $0{,}9^{20}$. On part de $0{,}9 < 1$, et chaque nouvelle multiplication par $0{,}9$ diminue encore ce nombre positif : $0{,}9^{20} < 1$.

Corrigé 3 · Retrouver les règles avec la définition

Revenir à l'énoncé

1. $5^3\times 5^4 = (5\times 5\times 5)\times(5\times 5\times 5\times 5)$: sept facteurs 5, donc 5^7.
2. $\dfrac{7^6}{7^2} = \dfrac{7\times 7\times 7\times 7\times 7\times 7}{7\times 7}$. On simplifie deux facteurs 7 : il en reste quatre, donc 7^4.
3. $(2^3)^2 = 2^3\times 2^3$: six facteurs 2, donc 2^6.
4. $\dfrac{3^2}{3^5} = \dfrac{3\times 3}{3\times 3\times 3\times 3\times 3}$. On simplifie deux facteurs 3 : il reste $\dfrac{1}{3\times 3\times 3} = \dfrac{1}{3^3} = 3^{-3}$.
5. $2^3\times 3^2 = 8\times 9 = 72$, alors que $6^5 = 7\,776$. On ne peut regrouper des puissances que si elles ont la même base, ou le même exposant.

Corrigé 4 · Une seule puissance de 10

Revenir à l'énoncé

1. $A = 10^{5+(-8)} = 10^{-3}$
2. $B = 10^{-2-(-6)} = 10^4$
3. $C = 10^{-3\times 2} = 10^{-6}$
4. $D = 10^0$, c'est-à-dire 1.
5. $E = \dfrac{10^{-3}}{10^{-1}} = 10^{-3-(-1)} = 10^{-2}$
6. $F = 10^{-3}\times 10^6 = 10^3$

Corrigé 5 · Du nanomètre au gigaoctet

Revenir à l'énoncé

1. 7 µm $= 7 \times 10^{-6}$ m.
2. 550 nm $= 550 \times 10^{-9}$ m $= 5{,}5 \times 10^{2} \times 10^{-9}$ m $= 5{,}5 \times 10^{-7}$ m.
3. 1 mm $= 10^{-3}$ m et 1 nm $= 10^{-9}$ m. Or $\dfrac{10^{-3}}{10^{-9}} = 10^{6}$: il y a un million de nanomètres dans un millimètre.
4. 32 Go $= 32 \times 10^{9}$ octets $= 3{,}2 \times 10^{10}$ octets. Un fichier occupe 4×10^{6} octets, et $\dfrac{32 \times 10^{9}}{4 \times 10^{6}} = 8 \times 10^{3}$: au plus $8\,000$ fichiers.

Corrigé 6 · Écrire en notation scientifique

Revenir à l'énoncé

1. $45\,000\,000 = 4{,}5 \times 10^{7}$
2. $0{,}000\,38 = 3{,}8 \times 10^{-4}$
3. $72 \times 10^{5} = 7{,}2 \times 10^{6}$
4. $0{,}6 \times 10^{-3} = 6 \times 10^{-4}$
5. $3\,080 \times 10^{-7} = 3{,}08 \times 10^{-4}$
6. $0{,}012 \times 10^{9} = 1{,}2 \times 10^{7}$

Corrigé 7 · Calculer sans perdre la virgule

Revenir à l'énoncé

1. On regroupe : $A = \dfrac{6 \times 5}{3} \times \dfrac{10^{4} \times 10^{-7}}{10^{-5}} = 10 \times 10^{2} = 10^{3}$, soit 1×10^{3}.
2. $B = 1{,}2^{2} \times (10^{-3})^{2} = 1{,}44 \times 10^{-6}$.
3. On écrit les deux termes avec la même puissance : $C = 40 \times 10^{7} + 3 \times 10^{7} = 43 \times 10^{7} = 4{,}3 \times 10^{8}$.
4. Il a additionné 4 et 3, puis additionné les exposants comme si la règle $10^{a} \times 10^{b} = 10^{a+b}$ s'appliquait à une somme. Pour une somme, il faut d'abord écrire les deux termes avec la même puissance de 10.

Corrigé 8 · Comparer des ordres de grandeur

Revenir à l'énoncé

1. Les nombres sont en notation scientifique : on compare d'abord les exposants. $22 < 24 < 30$, donc Lune, Terre, puis Soleil.
2. Terre : entre 10^{24} et 10^{25} kg. Lune : entre 10^{22} et 10^{23} kg. Soleil : entre 10^{30} et 10^{31} kg.
3. $\dfrac{1{,}99 \times 10^{30}}{5{,}97 \times 10^{24}} \approx 3{,}3 \times 10^{5}$: le Soleil est environ $330\,000$ fois plus massif.
4. $\dfrac{2 \times 10^{30}}{6 \times 10^{24}} = \dfrac{1}{3} \times 10^{6} \approx 0{,}33 \times 10^{6} = 3{,}3 \times 10^{5}$: on retrouve le même résultat.

Corrigé 9 · Le voyage de la lumière

Revenir à l'énoncé

1. $t = \dfrac{1{,}5 \times 10^{8}}{3 \times 10^{5}} = 0{,}5 \times 10^{3} = 500$ s, soit 8 min 20 s.
2. $365{,}25 \times 24 \times 3\,600 = 31\,557\,600$ s, soit environ $3{,}16 \times 10^{7}$ s.
3. $3 \times 10^{5} \times 31\,557\,600 \approx 9{,}47 \times 10^{12}$ km.
4. $4{,}2 \times 9{,}47 \times 10^{12} \approx 39{,}8 \times 10^{12} \approx 4 \times 10^{13}$ km.

Corrigé 10 · Des bactéries qui doublent

Revenir à l'énoncé

1. Une heure correspond à 3 doublements : $2 \times 2 \times 2 = 2^{3} = 8$ bactéries.
2. Après n doublements, il y a 2^{n} bactéries. En 4 heures, il y a 12 doublements : $2^{12} = 4\,096$ bactéries.
3. $2^{20} = (2^{10})^{2} = 1\,024^{2}$. Comme $1\,024 > 1\,000$, on a $1\,024^{2} > 1\,000^{2} = 10^{6}$.
4. $2^{19} = 524\,288$, qui est inférieur à un million. Il faut donc 20 doublements, soit $20 \times 20 = 400$ minutes, c'est-à-dire 6 h 40 min.

Corrigé 11 · Combien de molécules dans une goutte d'eau ?

Revenir à l'énoncé

1. $0{,}05$ g $= 0{,}000\,05$ kg $= 5 \times 10^{-5}$ kg.
2. $\dfrac{5 \times 10^{-5}}{3 \times 10^{-26}} = \dfrac{5}{3} \times 10^{21} \approx 1{,}7 \times 10^{21}$ molécules.
3. $\dfrac{1{,}5}{3 \times 10^{-26}} = 0{,}5 \times 10^{26} = 5 \times 10^{25}$ molécules.
4. $\dfrac{1{,}5}{5 \times 10^{-5}} = 0{,}3 \times 10^{5} = 3 \times 10^{4}$: il faut $30\,000$ gouttes.

Corrigé 12 · Automatismes (5 points)

Revenir à l'énoncé

1. $2^5 = 32$.
2. $(-3)^2 = 9$ et $-3^2 = -9$.
3. $10^{-3} = 0{,}001$.
4. $10^7 \times 10^{-4} = 10^3$.
5. $\dfrac{10^2}{10^{-5}} = 10^7$.

Corrigé 13 · Notation scientifique (5 points)

Revenir à l'énoncé

1. $0{,}000\,52 = 5{,}2 \times 10^{-4}$.
2. $340 \times 10^5 = 3{,}4 \times 10^2 \times 10^5 = 3{,}4 \times 10^7$.
3. $2 \times 4 \times 10^3 \times 10^{-5} = 8 \times 10^{-2}$.
4. Les exposants sont -4 et -3, et $-4 < -3$. Donc $3{,}1 \times 10^{-4} < 2{,}9 \times 10^{-3}$.

Corrigé 14 · Vrai ou faux (4 points)

Revenir à l'énoncé

1. Faux. $10^{-2} = \dfrac{1}{100} = 0{,}01$, qui est positif.
2. Vrai. Le produit de dix facteurs -2 contient un nombre pair de signes moins : il est positif et égal à 2^{10}.
3. Vrai. $2^3 + 2^3 = 2 \times 2^3 = 2^4$, soit $8 + 8 = 16$.
4. Faux. $3^2 \times 3^4 = 3^6 = 729$, alors que $9^6 = 531\,441$.

Corrigé 15 · Un problème (6 points)

Revenir à l'énoncé

1. Une photo : 5×10^6 octets. Une heure de vidéo : $1{,}6 \times 10^9$ octets.
2. $\dfrac{2 \times 10^{12}}{5 \times 10^6} = 0{,}4 \times 10^6 = 4 \times 10^5$: $400\,000$ photos.
3. $\dfrac{2 \times 10^{12}}{1{,}6 \times 10^9} = 1{,}25 \times 10^3$: $1\,250$ heures.
4. Les photos occupent $10^5 \times 5 \times 10^6 = 5 \times 10^{11}$ octets. Il reste $2 \times 10^{12} - 5 \times 10^{11} = 1{,}5 \times 10^{12}$ octets, et $\dfrac{1{,}5 \times 10^{12}}{1{,}6 \times 10^9} = 937{,}5$: on peut encore mettre 937 heures entières.

Pour continuer : les exercices en ligne sur les puissances, puis les exercices sur la notation scientifique.