FICHE D'EXERCICES CORRIGÉS

Multiples et diviseurs

5e · Division euclidienne, critères de divisibilité, problèmes

Le cours de 5e sur les multiples et les diviseurs donne le vocabulaire et les critères de divisibilité. Cette fiche commence par le sens des mots, passe aux critères et à leur justification, puis utilise multiples et diviseurs pour raisonner et résoudre des problèmes.

Comprendre les mots

Exercice 1 — Vrai ou faux

Corrigé p. 4 →

Dire si chaque affirmation est vraie ou fausse, puis justifier par une multiplication.

1. 36 est un multiple de 9.
2. 7 est un diviseur de 63.
3. 15 est un diviseur de 5.
4. 0 est un multiple de 8.
5. 1 divise tous les nombres entiers.
6. 56 est divisible par 6.

Exercice 2 — La division euclidienne et son reste

Corrigé p. 4 →

Dans la division euclidienne de a par b, on écrit $a = b \times q + r$ avec un reste r plus petit que b.

1. Écrire la division euclidienne de 158 par 12. Le nombre 12 est-il un diviseur de 158 ?
2. Écrire la division euclidienne de 245 par 7. Que peut-on en conclure ?
3. Paul écrit $97 = 6 \times 15 + 7$. Est-ce la division euclidienne de 97 par 6 ? Corriger si besoin.
4. Cette même égalité est-elle la division euclidienne de 97 par 15 ?

Exercice 3 — Trouver tous les diviseurs

Corrigé p. 4 →

Pour trouver tous les diviseurs d'un nombre, on cherche les produits de deux entiers égaux à ce nombre, en partant de 1.

1. Donner tous les diviseurs de 36.
2. Donner tous les diviseurs de 48.
3. Donner tous les diviseurs de 29. Que remarque-t-on ?

Indice. On peut s'arrêter dès que le premier facteur dépasse le second.

Utiliser les critères de divisibilité

Exercice 4 — Cocher sans poser la division

Corrigé p. 4 →

Compléter le tableau en utilisant uniquement les critères de divisibilité.

Nombre	par 2	par 3	par 5	par 9	par 10
120	☐	☐	☐	☐	☐
345	☐	☐	☐	☐	☐
$1\,278$	☐	☐	☐	☐	☐
$4\,095$	☐	☐	☐	☐	☐
$7\,002$	☐	☐	☐	☐	☐
$2\,310$	☐	☐	☐	☐	☐

1. Cocher les cases « par 2 », « par 5 » et « par 10 » en regardant le chiffre des unités.
2. Cocher les cases « par 3 » et « par 9 » en calculant la somme des chiffres.
3. Quels nombres du tableau sont divisibles à la fois par 2, par 3 et par 5 ?

Exercice 5 — Le chiffre caché

Corrigé p. 4 →

Dans chaque nombre, le carré remplace un chiffre. Trouver toutes les valeurs possibles de ce chiffre.

1. $8\square4$ est divisible par 3.
2. $3\square5$ est divisible par 9.
3. $52\square$ est divisible par 2 et par 3.
4. $7\square0$ est divisible par 9 et par 10.

Exercice 6 — Pourquoi le critère par 9 fonctionne

Corrigé p. 4 →

On veut comprendre le critère par 9 sur l'exemple de $4\,572$.

1. Écrire 10, 100 et $1\,000$ sous la forme « un multiple de 9, plus 1 ».
2. En déduire que $4\,572 = 9 \times (4 \times 111 + 5 \times 11 + 7) + (4 + 5 + 7 + 2)$.
3. Expliquer pourquoi $4\,572$ est divisible par 9 si et seulement si $4 + 5 + 7 + 2$ l'est. Conclure.
4. Pourquoi le même raisonnement donne-t-il aussi le critère par 3 ?

Raisonner avec des multiples

Exercice 7 — Sommes de multiples

Corrigé p. 5 →

On note n un nombre entier.

1. Montrer que $35 + 56$ est un multiple de 7 sans calculer la somme.
2. Montrer que la somme de deux multiples de 7 est toujours un multiple de 7.
3. Le nombre $7 \times n + 3$ peut-il être un multiple de 7 ? Justifier avec la division euclidienne.
4. Montrer que la somme de trois entiers consécutifs n, $n + 1$ et $n + 2$ est un multiple de 3.

Exercice 8 — Pour aller plus loin : le crible d'Ératosthène

Corrigé p. 5 →

Un nombre premier a exactement deux diviseurs : 1 et lui-même. On écrit les entiers de 2 à 50, puis on barre les multiples de 2, de 3, de 5 et de 7, sauf ces nombres eux-mêmes.

1. Donner la liste des nombres qui restent. Combien sont-ils ?
2. Pourquoi n'a-t-on pas besoin de barrer les multiples de 11 ?
3. Le nombre 1 est-il premier ? Et 91 ?
4. Montrer que 97 est premier.

Résoudre des problèmes

Exercice 9 — Des sachets identiques

Corrigé p. 5 →

Un confiseur a 84 bonbons et 60 chocolats. Il veut les répartir dans des sachets tous identiques, en utilisant tout.

1. Peut-il faire 6 sachets ? 8 sachets ? Justifier.
2. Donner la liste des diviseurs communs à 84 et 60.
3. Quel est le plus grand nombre de sachets possible ? Que contient alors chaque sachet ?

Exercice 10 — Deux lignes de bus

Corrigé p. 5 →

À un arrêt, un bus de la ligne A passe toutes les 12 minutes et un bus de la ligne B toutes les 18 minutes. Les deux bus sont passés ensemble à 8 h.

1. Donner les multiples de 12 et de 18 jusqu'à 108.
2. À quelle heure les deux bus repasseront-ils ensemble pour la première fois ?
3. Donner tous leurs passages communs après 8 h et avant 10 h.

Exercice 11 — Carreler une pièce sans couper

Corrigé p. 5 →

Une pièce rectangulaire mesure $3{,}60$ m sur $2{,}40$ m. On veut la couvrir de carreaux carrés tous identiques, sans en couper aucun. Le côté d'un carreau est un nombre entier de centimètres compris entre 20 cm et 50 cm.

1. Convertir les dimensions de la pièce en centimètres.
2. Expliquer pourquoi le côté d'un carreau doit diviser 360 et 240.
3. Donner toutes les longueurs de côté possibles.
4. Avec les plus grands carreaux possibles, combien en faut-il ?

Exercice 12 — Le nombre mystère

Corrigé p. 5 →

« Je suis un nombre compris entre 100 et 200. Je suis divisible par 9. Dans la division euclidienne par 5, mon reste est 2. Je suis pair. »

1. Donner la liste des multiples de 9 compris entre 100 et 200.
2. Lesquels ont un reste de 2 dans la division par 5 ?
3. Qui est le nombre mystère ?

Corrigés détaillés

Corrigé 1 · Vrai ou faux

Revenir à l'énoncé

1. Vrai : $36 = 9 \times 4$.
2. Vrai : $63 = 7 \times 9$.
3. Faux : $15 \times 0 = 0$ et $15 \times 1 = 15$, donc 5 n'est pas dans la table de 15. C'est 5 qui est un diviseur de 15, car $15 = 5 \times 3$.
4. Vrai : $0 = 8 \times 0$.
5. Vrai : pour tout entier n, $n = 1 \times n$.
6. Faux : $6 \times 9 = 54$ et $6 \times 10 = 60$, donc 56 n'est pas dans la table de 6.

Corrigé 2 · La division euclidienne et son reste

Revenir à l'énoncé

1. $158 = 12 \times 13 + 2$. Le reste vaut 2, pas 0 : 12 n'est pas un diviseur de 158.
2. $245 = 7 \times 35 + 0$. Le reste est nul : 7 est un diviseur de 245, et 245 est un multiple de 7.
3. Non : le reste 7 n'est pas plus petit que 6. On peut encore retirer 6 : $97 = 6 \times 16 + 1$.
4. Oui : $97 = 15 \times 6 + 7$ et le reste 7 est plus petit que 15. Le quotient vaut 6 et le reste 7.

Corrigé 3 · Trouver tous les diviseurs

Revenir à l'énoncé

1. $36 = 1 \times 36 = 2 \times 18 = 3 \times 12 = 4 \times 9 = 6 \times 6$. Les diviseurs sont 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 et 36.
2. $48 = 1 \times 48 = 2 \times 24 = 3 \times 16 = 4 \times 12 = 6 \times 8$. Les diviseurs sont 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24 et 48.
3. 29 n'est dans aucune table de 2 à 5, et $6 \times 6 = 36$ dépasse déjà 29. Ses seuls diviseurs sont 1 et 29.

Corrigé 4 · Cocher sans poser la division

Revenir à l'énoncé

1. Par 2 : 120, $1\,278$, $7\,002$ et $2\,310$, qui se terminent par un chiffre pair. Par 5 : 120, 345, $4\,095$ et $2\,310$, qui se terminent par 0 ou 5. Par 10 : 120 et $2\,310$, qui se terminent par 0.
2. Les sommes des chiffres valent 3 ; 12 ; 18 ; 18 ; 9 ; 6. Par 3 : les six nombres. Par 9 : $1\,278$, $4\,095$ et $7\,002$, dont la somme est un multiple de 9.
3. 120 et $2\,310$.

Corrigé 5 · Le chiffre caché

Revenir à l'énoncé

1. La somme $8 + \square + 4 = 12 + \square$ doit être un multiple de 3 : le chiffre vaut 0, 3, 6 ou 9.
2. La somme $3 + \square + 5 = 8 + \square$ doit être un multiple de 9, donc 9 (car 18 demanderait le chiffre 10) : le chiffre vaut 1.
3. Pair : le chiffre vaut 0, 2, 4, 6 ou 8. Somme $7 + \square$ multiple de 3 : 2, 5 ou 8. Les deux ensemble : 2 ou 8.
4. Le chiffre des unités est 0, donc il est divisible par 10. La somme $7 + \square$ doit valoir 9 : le chiffre vaut 2, et le nombre est 720.

Corrigé 6 · Pourquoi le critère par 9 fonctionne

Revenir à l'énoncé

1. $10 = 9 + 1$, $100 = 99 + 1 = 9 \times 11 + 1$ et $1\,000 = 999 + 1 = 9 \times 111 + 1$.
2. $4\,572 = 4 \times 1\,000 + 5 \times 100 + 7 \times 10 + 2 = 4 \times (9 \times 111 + 1) + 5 \times (9 \times 11 + 1) + 7 \times (9 + 1) + 2$. En regroupant : $9 \times (4 \times 111 + 5 \times 11 + 7) + (4 + 5 + 7 + 2)$.
3. Le premier terme est un multiple de 9. La somme d'un multiple de 9 et d'un nombre N est un multiple de 9 exactement quand N en est un. Donc $4\,572$ est divisible par 9 exactement quand la somme des chiffres l'est. Ici $4 + 5 + 7 + 2 = 18 = 9 \times 2$: $4\,572$ est divisible par 9.
4. Le premier terme est un multiple de 9, donc aussi de 3, car $9 = 3 \times 3$. Le nombre est donc divisible par 3 exactement quand la somme de ses chiffres l'est.

Corrigé 7 · Sommes de multiples

Revenir à l'énoncé

1. $35 + 56 = 7 \times 5 + 7 \times 8 = 7 \times (5 + 8) = 7 \times 13$.
2. Deux multiples de 7 s'écrivent $7 \times a$ et $7 \times b$. Leur somme vaut $7 \times a + 7 \times b = 7 \times (a + b)$: c'est un multiple de 7.
3. Non : l'écriture $7 \times n + 3$ est l'égalité de la division euclidienne de ce nombre par 7, car 3 est plus petit que 7. Le reste vaut 3, il n'est pas nul.
4. $n + (n + 1) + (n + 2) = 3 \times n + 3 = 3 \times (n + 1)$: c'est un multiple de 3.

Corrigé 8 · Pour aller plus loin : le crible d'Ératosthène

Revenir à l'énoncé

1. Il reste 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 et 47 : ce sont les 15 nombres premiers jusqu'à 50.
2. Un multiple de 11 jusqu'à 50 s'écrit 11×2, 11×3 ou 11×4 : il est déjà barré comme multiple de 2 ou de 3. Et $11 \times 11 = 121$ dépasse 50.
3. 1 n'a qu'un seul diviseur, lui-même : il n'est pas premier. $91 = 7 \times 13$ n'est pas premier.
4. Si 97 s'écrivait $a \times b$ avec $1 < a \leqslant b$, on aurait $a \times a \leqslant 97$, donc $a \leqslant 9$. Or 97 n'est divisible ni par 2, ni par 3 (somme 16), ni par 5, ni par 7 ($97 = 7 \times 13 + 6$), donc ni par 4, 6, 8 (multiples de 2) ni par 9 (multiple de 3) : par aucun entier de 2 à 9. Ainsi 97 est premier.

Corrigé 9 · Des sachets identiques

Revenir à l'énoncé

1. $84 = 6 \times 14$ et $60 = 6 \times 10$: 6 sachets conviennent. $84 = 8 \times 10 + 4$: 8 ne divise pas 84, donc 8 sachets ne conviennent pas.
2. Diviseurs de 84 : 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42, 84. Diviseurs de 60 : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60. Diviseurs communs : 1, 2, 3, 4, 6 et 12.
3. 12 sachets, avec $84 \div 12 = 7$ bonbons et $60 \div 12 = 5$ chocolats dans chacun.

Corrigé 10 · Deux lignes de bus

Revenir à l'énoncé

1. Multiples de 12 : 12, 24, 36, 48, 60, 72, 84, 96, 108. Multiples de 18 : 18, 36, 54, 72, 90, 108.
2. Le plus petit multiple commun non nul est 36 : ils repassent ensemble à 8 h 36.
3. Toutes les 36 minutes : 8 h 36, 9 h 12 et 9 h 48. Le suivant, à 10 h 24, est trop tard.

Corrigé 11 · Carreler une pièce sans couper

Revenir à l'énoncé

1. 360 cm sur 240 cm.
2. Sur la longueur, on aligne un nombre entier de carreaux : le côté divise 360. De même, il divise 240.
3. Les diviseurs communs de 360 et 240 entre 20 et 50 sont 20, 24, 30 et 40.
4. Avec 40 cm : $360 \div 40 = 9$ carreaux sur la longueur et $240 \div 40 = 6$ sur la largeur, soit $9 \times 6 = 54$ carreaux.

Corrigé 12 · Le nombre mystère

Revenir à l'énoncé

1. 108, 117, 126, 135, 144, 153, 162, 171, 180, 189 et 198.
2. Le reste dans la division par 5 vaut 2 quand le chiffre des unités est 2 ou 7 : 117 et 162.
3. Le seul pair est 162. Vérification : $162 = 9 \times 18$ et $162 = 5 \times 32 + 2$.

Pour continuer : les exercices en ligne de 5e, puis les exercices de 4e sur les nombres premiers.