FICHE D'EXERCICES CORRIGÉS

Fractions

3e · Calculer, comparer, démontrer, résoudre des problèmes

Le cours sur les fractions en 3e rappelle les règles de calcul, de comparaison et de simplification. Cette fiche passe du calcul guidé aux erreurs fréquentes, démontre une règle à partir de la définition du quotient, puis applique les fractions à des quantités et à des problèmes.

Calculer avec méthode

Exercice 1 — Six calculs, six résultats irréductibles

Corrigé p. 4 →

Calculer chaque expression et donner le résultat sous forme d'une fraction irréductible.

1. $A = \frac{2}{3} + \frac{5}{6}$
2. $B = \frac{7}{4} - \frac{5}{6}$
3. $C = \frac{3}{5} \times \frac{10}{9}$
4. $D = \frac{4}{9} \div \frac{2}{3}$
5. $E = 1 - \frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$
6. $F = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) \div \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{4}\right)$

Exercice 2 — Les mêmes nombres, un autre ordre

Corrigé p. 4 →

Les expressions de chaque paire utilisent les mêmes nombres. Seules les parenthèses changent.

1. Calculer $A = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} \times \frac{2}{3}$ et $B = \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{4}\right) \times \frac{2}{3}$.
2. Calculer $C = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} \div \frac{2}{3}$ et $D = \left(\frac{5}{6} - \frac{1}{6}\right) \div \frac{2}{3}$.
3. Dans quelle expression de chaque paire commence-t-on par l'addition ou la soustraction ? Pourquoi ?

Exercice 3 — Corriger une copie

Corrigé p. 4 →

Voici trois calculs extraits d'une copie. Chacun contient une erreur.

a) $\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{5}{7}$ b) $\frac{5}{6} \div \frac{2}{3} = \frac{5}{6} \times \frac{2}{3} = \frac{10}{18} = \frac{5}{9}$ c) $1 + \frac{3}{4} \times 2 = \frac{7}{4} \times 2 = \frac{7}{2}$

1. Pour chaque calcul a), b) et c), nommer l'erreur, puis donner le résultat juste.

Indice. Estimer l'ordre de grandeur du résultat aide à repérer une erreur.

Comparer, inverser, démontrer

Exercice 4 — Ranger quatre fractions

Corrigé p. 5 →

On considère les fractions $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{12}$ et $\frac{2}{3}$.

1. Les écrire avec le dénominateur commun 120.
2. Les ranger dans l'ordre croissant.
3. Trouver trois fractions comprises entre $\frac{2}{5}$ et $\frac{3}{5}$.
4. Sans calcul, comparer $\frac{13}{14}$ et $\frac{14}{15}$. Penser à ce qu'il manque à chacune pour faire 1.

Exercice 5 — Inverse et quotient de deux décimaux

Corrigé p. 5 →

Deux nombres sont inverses l'un de l'autre lorsque leur produit vaut 1.

1. Donner l'inverse de $\frac{3}{7}$, de -5 et de $0{,}25$.
2. Pourquoi le nombre 0 n'a-t-il pas d'inverse ?
3. Écrire $1{,}2 \div 0{,}9$ sous forme d'une fraction irréductible. Ce nombre est-il décimal ?
4. Même question pour $1{,}5 \div 0{,}6$.

Exercice 6 — Démontrer une règle de calcul

Corrigé p. 5 →

Soient a et c deux nombres et b un nombre non nul. Par définition, $\frac{a}{b}$ est le nombre qui, multiplié par b, donne a.

1. Que valent $b \times \frac{a}{b}$ et $b \times \frac{c}{b}$?
2. Calculer $b \times \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{b}\right)$.
3. En déduire que $\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$.
4. Lina vérifie l'égalité avec $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$, puis avec deux autres exemples. A-t-elle démontré la règle ?

Indice. Pour la question 2, développer le produit avec la distributivité.

Prendre une fraction d'une quantité

Exercice 7 — Les élèves qui prennent le bus

Corrigé p. 5 →

Un collège compte 640 élèves. Les $\frac{3}{5}$ des élèves prennent le bus, et le quart d'entre eux est en sixième.

1. Combien d'élèves prennent le bus ?
2. Quelle fraction de l'ensemble des élèves représentent les élèves de sixième qui prennent le bus ? Combien sont-ils ?
3. Quelle fraction des élèves prennent le bus sans être en sixième ?
4. Vérifier la cohérence des résultats.

Exercice 8 — Le reste du reste

Corrigé p. 5 →

Un jardinier plante le tiers de son terrain en légumes, puis le quart du reste en fleurs. Le gazon occupe la partie restante, soit 300 m².

1. Quelle fraction du terrain reste-t-il après les légumes ?
2. Quelle fraction du terrain les fleurs occupent-elles ?
3. Quelle fraction du terrain le gazon occupe-t-il ?
4. Calculer l'aire du terrain, puis celle de chaque partie.

Indice. Le quart porte sur le reste, pas sur le terrain entier.

Exercice 9 — Une baisse puis une hausse

Corrigé p. 6 →

Un article coûte 80 €. Son prix baisse d'un cinquième, puis le nouveau prix augmente d'un quart.

1. Calculer le prix après la baisse, puis après la hausse.
2. Par quelle fraction le prix est-il multiplié au total ?
3. Avec une baisse d'un quart puis une hausse d'un quart, retrouve-t-on le prix de départ ?
4. Après une baisse d'un quart, de quelle fraction faut-il augmenter le prix pour revenir à 80 € ?

Résoudre des problèmes

Exercice 10 — La capacité d'un réservoir

Corrigé p. 6 →

Un réservoir est rempli aux trois quarts. Après avoir utilisé 30 litres, il n'est plus rempli qu'à moitié.

1. Quelle fraction de la capacité les 30 litres représentent-ils ?
2. En déduire la capacité du réservoir.
3. Combien de litres contenait-il au départ ?
4. On ajoute ensuite le tiers de sa capacité. Quelle fraction du réservoir est alors remplie ?

Exercice 11 — Deux robinets et une bonde

Corrigé p. 6 →

Un robinet A remplit seul une cuve vide en 6 heures, et un robinet B la remplit seul en 3 heures. Les débits sont constants.

1. Quelle fraction de la cuve chaque robinet remplit-il en une heure ?
2. Les deux robinets coulent ensemble. En combien de temps la cuve vide est-elle remplie ?
3. Une bonde ouverte vide la cuve pleine en 4 heures. Les deux robinets coulent, bonde ouverte. En combien de temps la cuve vide se remplit-elle ?
4. Bonde fermée, A coule seul pendant une heure, puis B le rejoint. Quand la cuve est-elle pleine ?

Indice. Raisonner sur la fraction de la cuve remplie en une heure.

Exercice 12 — Une course de relais

Corrigé p. 6 →

Quatre coureurs se partagent une course. Le premier parcourt les $\frac{2}{9}$ du trajet, le deuxième le tiers et le troisième les $\frac{5}{18}$. Le dernier court $1{,}5$ km.

1. Quelle fraction du trajet les trois premiers parcourent-ils ensemble ?
2. Quelle fraction reste-t-il pour le dernier ?
3. Calculer la longueur du trajet, puis la distance de chaque coureur.
4. Lequel des quatre court le plus ?

Exercice 13 — Pour aller plus loin : les fractions égyptiennes

Corrigé p. 6 →

Les scribes égyptiens écrivaient les fractions comme sommes de fractions de numérateur 1, toutes différentes.

1. Vérifier que $\frac{5}{6} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3}$ et que $\frac{7}{12} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4}$.
2. Soit n un entier strictement positif. Montrer que $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{1}{n(n+1)}$.
3. En déduire la valeur de $S = \frac{1}{2} + \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20}$ sans réduire au même dénominateur.

Corrigés détaillés

Corrigé 1 · Six calculs, six résultats irréductibles

Revenir à l'énoncé

1. $A = \frac{4}{6} + \frac{5}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$
2. $B = \frac{21}{12} - \frac{10}{12} = \frac{11}{12}$
3. $C = \frac{3 \times 10}{5 \times 9} = \frac{30}{45} = \frac{2}{3}$
4. $D = \frac{4}{9} \times \frac{3}{2} = \frac{12}{18} = \frac{2}{3}$
5. $E = 1 - \frac{6}{12} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$
6. $F = \left(\frac{3}{6} + \frac{2}{6}\right) \div \left(\frac{10}{12} - \frac{3}{12}\right) = \frac{5}{6} \div \frac{7}{12} = \frac{10}{7}$

Corrigé 2 · Les mêmes nombres, un autre ordre

Revenir à l'énoncé

1. La multiplication passe avant l'addition : $A = \frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$. Dans B, la parenthèse vaut 1, donc $B = \frac{2}{3}$.
2. $C = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} \times \frac{3}{2} = \frac{5}{6} - \frac{1}{4} = \frac{10}{12} - \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$. Dans D, la parenthèse vaut $\frac{2}{3}$, donc $D = 1$.
3. Dans B et D : les parenthèses imposent de calculer d'abord leur contenu. Sans parenthèses, la multiplication et la division passent avant l'addition et la soustraction.

Corrigé 3 · Corriger une copie

Revenir à l'énoncé

1. a) Les numérateurs et les dénominateurs ont été ajoutés ; or $\frac{3}{4}$ seul dépasse $\frac{5}{7}$. Juste : $\frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12}$.
   b) Diviser revient à multiplier par l'inverse $\frac{3}{2}$. Juste : $\frac{5}{6} \times \frac{3}{2} = \frac{15}{12} = \frac{5}{4}$.
   c) L'addition a été faite avant la multiplication. Juste : $1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$.

Corrigé 4 · Ranger quatre fractions

Revenir à l'énoncé

1. $\frac{5}{8} = \frac{75}{120}$, $\frac{3}{5} = \frac{72}{120}$, $\frac{7}{12} = \frac{70}{120}$ et $\frac{2}{3} = \frac{80}{120}$.
2. $\frac{7}{12} < \frac{3}{5} < \frac{5}{8} < \frac{2}{3}$.
3. $\frac{2}{5} = \frac{8}{20}$ et $\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$. Par exemple $\frac{9}{20}$, $\frac{10}{20}$ et $\frac{11}{20}$.
4. Il manque $\frac{1}{14}$ à la première et $\frac{1}{15}$ à la seconde. Comme $\frac{1}{15} < \frac{1}{14}$, la seconde est plus proche de 1 : $\frac{13}{14} < \frac{14}{15}$.

Corrigé 5 · Inverse et quotient de deux décimaux

Revenir à l'énoncé

1. $\frac{7}{3}$, car $\frac{3}{7} \times \frac{7}{3} = 1$. Puis $-\frac{1}{5}$, et 4 car $0{,}25 \times 4 = 1$.
2. Pour tout nombre x, $0 \times x = 0$: ce produit ne vaut jamais 1.
3. $1{,}2 \div 0{,}9 = \frac{12}{9}$ (on multiplie dividende et diviseur par 10), soit $\frac{4}{3}$. La division de 4 par 3 laisse toujours le reste 1 : elle ne s'arrête pas, et $\frac{4}{3}$ n'est pas décimal.
4. $1{,}5 \div 0{,}6 = \frac{15}{6}$ (on multiplie dividende et diviseur par 10), soit $\frac{5}{2} = 2{,}5$: ce nombre est décimal.

Corrigé 6 · Démontrer une règle de calcul

Revenir à l'énoncé

1. Par définition, $b \times \frac{a}{b} = a$ et $b \times \frac{c}{b} = c$.
2. Par distributivité, $b \times \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{b}\right) = b \times \frac{a}{b} + b \times \frac{c}{b} = a + c$.
3. Le nombre $\frac{a}{b} + \frac{c}{b}$, multiplié par b, donne $a + c$. C'est la définition de $\frac{a+c}{b}$, donc les deux nombres sont égaux.
4. Non. Des exemples vérifient l'égalité dans quelques cas seulement. Seul le raisonnement des questions 1 à 3, valable pour tous les nombres, la démontre.

Corrigé 7 · Les élèves qui prennent le bus

Revenir à l'énoncé

1. $640 \times \frac{3}{5} = 384$ élèves.
2. Le quart des $\frac{3}{5}$: $\frac{1}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{20}$. Cela fait $640 \times \frac{3}{20} = 96$ élèves.
3. $\frac{3}{4} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{20}$, soit $640 \times \frac{9}{20} = 288$ élèves.
4. $96 + 288 = 384$ et $\frac{3}{20} + \frac{9}{20} = \frac{12}{20} = \frac{3}{5}$: on retrouve les élèves qui prennent le bus.

Corrigé 8 · Le reste du reste

Revenir à l'énoncé

1. $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.
2. $\frac{1}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$.
3. $1 - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{6}{6} - \frac{2}{6} - \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
4. La moitié du terrain mesure 300 m², donc le terrain mesure 600 m². Les légumes occupent 200 m², les fleurs 100 m² et le gazon 300 m², pour un total de 600 m².

Corrigé 9 · Une baisse puis une hausse

Revenir à l'énoncé

1. Baisser d'un cinquième, c'est multiplier par $\frac{4}{5}$: $80 \times \frac{4}{5} = 64$ €. Puis $64 \times \frac{5}{4} = 80$ €.
2. $\frac{4}{5} \times \frac{5}{4} = 1$: le prix revient à sa valeur de départ.
3. Non : $80 \times \frac{3}{4} = 60$ €, puis $60 \times \frac{5}{4} = 75$ €. Le prix est multiplié par $\frac{3}{4} \times \frac{5}{4} = \frac{15}{16}$.
4. Il faut multiplier 60 par $\frac{4}{3}$, inverse de $\frac{3}{4}$: c'est une hausse d'un tiers, car $\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$.

Corrigé 10 · La capacité d'un réservoir

Revenir à l'énoncé

1. $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ de la capacité.
2. Le quart de la capacité vaut 30 L, donc la capacité vaut $4 \times 30 = 120$ L.
3. $120 \times \frac{3}{4} = 90$ L.
4. Il reste 60 L, et on ajoute $\frac{120}{3} = 40$ L. Il contient 100 L, soit $\frac{100}{120} = \frac{5}{6}$ du réservoir.

Corrigé 11 · Deux robinets et une bonde

Revenir à l'énoncé

1. A remplit $\frac{1}{6}$ de la cuve par heure et B en remplit $\frac{1}{3}$.
2. Ensemble : $\frac{1}{6} + \frac{2}{6} = \frac{1}{2}$ de la cuve par heure. La cuve est pleine en 2 heures.
3. Chaque heure, la cuve gagne $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}$: elle se remplit en 4 heures.
4. Après une heure, il reste $\frac{5}{6}$ à remplir, à raison de $\frac{1}{2}$ par heure. Cela prend $\frac{5}{6} \div \frac{1}{2} = \frac{5}{3}$ h, soit 1 h 40 min. La cuve est pleine au bout de 2 h 40 min.

Corrigé 12 · Une course de relais

Revenir à l'énoncé

1. $\frac{2}{9} + \frac{1}{3} + \frac{5}{18} = \frac{4}{18} + \frac{6}{18} + \frac{5}{18} = \frac{15}{18} = \frac{5}{6}$.
2. $1 - \frac{5}{6} = \frac{1}{6}$.
3. Le sixième du trajet mesure $1{,}5$ km, donc le trajet mesure $6 \times 1{,}5 = 9$ km. Les distances sont 2 km, 3 km, $2{,}5$ km et $1{,}5$ km.
4. Le deuxième, avec 3 km : le tiers, soit $\frac{6}{18}$, est la plus grande des quatre fractions.

Corrigé 13 · Pour aller plus loin : les fractions égyptiennes

Revenir à l'énoncé

1. $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$ et $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4}{12} + \frac{3}{12} = \frac{7}{12}$.
2. $\frac{1}{n} - \frac{1}{n+1} = \frac{n+1}{n(n+1)} - \frac{n}{n(n+1)} = \frac{1}{n(n+1)}$.
3. On écrit $\frac{1}{2} = \frac{1}{1 \times 2}$, $\frac{1}{6} = \frac{1}{2 \times 3}$, $\frac{1}{12} = \frac{1}{3 \times 4}$ et $\frac{1}{20} = \frac{1}{4 \times 5}$. La question 2, avec $n = 1, 2, 3, 4$, donne $S = \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{5}\right)$. Les termes intermédiaires s'annulent : $S = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$.

Pour continuer : les exercices en ligne sur les fractions en 3e, puis les exercices d'arithmétique de 3e.