FICHE D'EXERCICES CORRIGÉS

Équations et inéquations

2de · Résoudre, étudier un signe, modéliser

Le cours de Seconde sur les équations et inéquations donne les règles de calcul. Cette fiche les met en pratique : résoudre vite et sans erreur, se ramener à un produit, étudier un signe, lire un graphique, puis traduire un problème.

Résoudre sans erreur

Exercice 1 — Six équations, deux surprises

Corrigé p. 4 →

Résoudre dans $\mathbb{R}$ chaque équation. Deux d'entre elles ont un ensemble de solutions inhabituel.

1. $3x - 7 = 11$
2. $5 - 2x = 3x + 20$
3. $4(x - 1) - 3(2x + 1) = x$
4. $0{,}5x + 1{,}2 = 0{,}3x - 0{,}4$
5. $7x - 2 = 7x + 5$
6. $2(3x - 1) = 6x - 2$

Exercice 2 — Carrés et quotients

Corrigé p. 4 →

Résoudre dans $\mathbb{R}$ chaque équation.

1. $x^2 = 49$
2. $\dfrac{12}{x} = 3$
3. $x^2 = 7$
4. $-\dfrac{5}{x} = 2$
5. $x^2 = -4$
6. $\dfrac{3}{x} = 0$

Exercice 3 — Inéquations du premier degré

Corrigé p. 4 →

Résoudre dans $\mathbb{R}$ chaque inéquation et écrire l'ensemble des solutions sous forme d'intervalle.

1. $2x - 5 > 7$
2. $-3x + 4 \leqslant 10$
3. $5 - x < 2x + 11$
4. $\dfrac{x}{2} - 1 \geqslant \dfrac{x + 3}{4}$
5. $3(x + 1) \leqslant 3x - 2$

Indice. Multiplier ou diviser les deux membres par un nombre strictement négatif change le sens de l'inégalité.

Exercice 4 — Corriger une copie

Corrigé p. 4 →

Inès a résolu trois exercices. Chaque résolution contient une erreur.

1. Inès écrit : « $-4x < 12$, donc $x < -3$ ». Trouver l'erreur, puis donner la bonne réponse.
2. Inès écrit : « $x^2 = 3x$. Je divise par x, donc $x = 3$ ». Quelle solution a-t-elle perdue ? Résoudre correctement.
3. Inès écrit : « $x(x + 5) = 6$, donc $x = 6$ ou $x + 5 = 6$ ». Expliquer pourquoi ce raisonnement est faux.
4. Vérifier que $x^2 + 5x - 6 = (x + 6)(x - 1)$, puis résoudre correctement $x(x + 5) = 6$.

Se ramener à un produit ou à un quotient

Exercice 5 — Factoriser pour résoudre

Corrigé p. 4 →

Résoudre dans $\mathbb{R}$ chaque équation en se ramenant à un produit nul.

1. $(2x-3)(x+5)=0$
2. $x(4-x)=0$
3. $x^2=5x$
4. $(x-2)(x+1)+(x-2)(3x-4)=0$
5. $9x^2-25=0$
6. $(x+1)^2=(2x-3)^2$

Indice. Tout ramener dans un seul membre, puis chercher un facteur commun ou une identité remarquable.

Exercice 6 — Équations quotients et valeurs interdites

Corrigé p. 5 →

Pour chaque équation, donner la valeur interdite, puis résoudre dans $\mathbb{R}$.

1. $\dfrac{2x-6}{x+1}=0$
2. $\dfrac{x+3}{x-2}=2$
3. $\dfrac{x^2-4}{x-2}=0$
4. $\dfrac{1}{x}=\dfrac{x}{4}$

Étudier un signe

Exercice 7 — Du signe d'une fonction affine au produit

Corrigé p. 5 →

On pose $f(x)=3x-6$, $g(x)=-2x+5$ et $P(x)=(3x-6)(-2x+5)$. Le signe d'une fonction affine dépend du signe de son coefficient directeur.

1. Donner le signe de $f(x)$ selon les valeurs de x.
2. Donner le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x.
3. Dresser le tableau de signes de $P(x)$.
4. Résoudre $P(x)\geqslant 0$.

Exercice 8 — Inéquations quotients

Corrigé p. 5 →

Un dénominateur ne doit jamais s'annuler : la valeur qui l'annule est interdite, et on la marque par une double barre dans le tableau de signes.

1. Résoudre $\dfrac{x+4}{2-x}\geqslant 0$ à l'aide d'un tableau de signes.
2. Montrer que, pour $x\neq -2$, $\dfrac{3x-1}{x+2}-1=\dfrac{2x-3}{x+2}$.
3. En déduire les solutions de $\dfrac{3x-1}{x+2}<1$.
4. Pourquoi ne peut-on pas commencer par multiplier les deux membres de cette inéquation par $x+2$?

Exercice 9 — Comparer à zéro, puis factoriser

Corrigé p. 5 →

Résoudre dans $\mathbb{R}$ chaque inéquation, en commençant par tout ramener dans un seul membre.

1. $x^2<3x$
2. $(x+1)^2\geqslant 4$
3. $x^2\leqslant 5$
4. $\dfrac{1}{x}<2$

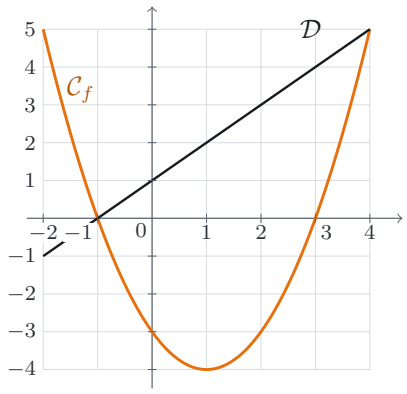
Résoudre graphiquement

Exercice 10 — Une courbe et une droite

Corrigé p. 6 →

Sur la figure, $\mathcal{C}_f$ représente la fonction f définie sur $[-2\,;4]$ par $f(x) = x^2 - 2x - 3$, et $\mathcal{D}$ représente la fonction g définie par $g(x) = x + 1$.

1. Lire les solutions de $f(x) = 0$.
2. Lire les solutions de $f(x) = g(x)$, puis celles de $f(x) < g(x)$.
3. Lire les solutions de $f(x) \geqslant -3$.
4. Vérifier que $f(x) - g(x) = (x+1)(x-4)$, puis confirmer la réponse à $f(x) < g(x)$ par le calcul.



Mettre en équation

Exercice 11 — Deux tarifs de location

Corrigé p. 6 →

Une ville loue des vélos électriques. Tarif A : 15 € au départ, puis $0{,}20$ € par minute. Tarif B : 6 € au départ, puis $0{,}35$ € par minute. On note x la durée du trajet, en minutes.

1. Exprimer les prix $A(x)$ et $B(x)$, en euros.
2. Pour un trajet de 40 minutes, quel tarif est le moins cher ?
3. Traduire « le tarif A est strictement moins cher que le tarif B » par une inéquation, puis la résoudre.
4. Conclure : quel tarif choisir selon la durée du trajet ?

Exercice 12 — L'aire d'un rectangle

Corrigé p. 6 →

La longueur d'un rectangle dépasse sa largeur de 3 cm. On note x sa largeur, en cm, avec $x > 0$.

1. Exprimer l'aire du rectangle en fonction de x.
2. Vérifier que $x^2 + 3x - 40 = (x-5)(x+8)$.
3. Pour quelles largeurs l'aire est-elle au plus égale à 40 cm² ?
4. Pour quelle largeur l'aire vaut-elle exactement 40 cm² ?

Exercice 13 — La moyenne visée

Corrigé p. 6 →

Lina a obtenu 11 et 8 à deux devoirs de coefficient 1. Le troisième devoir, de coefficient 2, est noté sur 20. On note x sa note à ce devoir.

1. Exprimer sa moyenne $m(x)$ en fonction de x.
2. Quelles notes lui assurent une moyenne d'au moins 12 ?
3. Peut-elle obtenir 15 de moyenne ?

Corrigés détaillés

Corrigé 1 · Six équations, deux surprises

Revenir à l'énoncé

1. $3x = 18$, donc $x = 6$: $S = \{6\}$.
2. $5 - 20 = 3x + 2x$, soit $-15 = 5x$, donc $x = -3$: $S = \{-3\}$.
3. $4x - 4 - 6x - 3 = x$ donne $-2x - 7 = x$, soit $-7 = 3x$. Donc $S = \left\{-\frac{7}{3}\right\}$.
4. $0{,}2x = -1{,}6$, donc $x = -8$: $S = \{-8\}$.
5. On obtient $-2 = 5$, ce qui est faux pour tout x : $S = \varnothing$.
6. Le membre de gauche vaut $6x - 2$: l'égalité est vraie pour tout réel, donc $S = \mathbb{R}$.

Corrigé 2 · Carrés et quotients

Revenir à l'énoncé

1. $S = \{-7\,;7\}$, car $7^2 = (-7)^2 = 49$.
2. Pour $x \neq 0$, $12 = 3x$, donc $x = 4$: $S = \{4\}$.
3. $S = \left\{-\sqrt{7}\,;\sqrt{7}\right\}$.
4. Pour $x \neq 0$, $-5 = 2x$, donc $S = \left\{-\frac{5}{2}\right\}$.
5. Un carré n'est jamais négatif : $S = \varnothing$.
6. Numérateur non nul : $S = \varnothing$.

Corrigé 3 · Inéquations du premier degré

Revenir à l'énoncé

1. $2x > 12$, donc $x > 6$: $S =]6\,;+\infty[$.
2. $-3x \leqslant 6$. On divise par -3, négatif, et le sens change : $x \geqslant -2$, donc $S = [-2\,;+\infty[$.
3. $-6 < 3x$, donc $x > -2$: $S =]-2\,;+\infty[$.
4. On multiplie par 4, positif : $2x - 4 \geqslant x + 3$, soit $x \geqslant 7$. Donc $S = [7\,;+\infty[$.
5. On obtient $3 \leqslant -2$, ce qui est faux pour tout x : $S = \varnothing$.

Corrigé 4 · Corriger une copie

Revenir à l'énoncé

1. En divisant par -4, négatif, il faut changer le sens : $x > -3$, donc $S =]-3\,;+\infty[$.
2. Diviser par x suppose $x \neq 0$, or 0 est solution. On écrit $x^2 - 3x = 0$, soit $x(x-3) = 0$: $S = \{0\,;3\}$.
3. La règle du produit nul ne vaut que pour un produit égal à 0. Ici, le produit vaut 6 : $x = 6$ donne $6 \times 11 = 66 \neq 6$, et la solution -6 est perdue, car $-6 \times (-1) = 6$.
4. $(x+6)(x-1) = x^2 - x + 6x - 6 = x^2 + 5x - 6$. L'équation s'écrit $x^2 + 5x - 6 = 0$, soit $(x+6)(x-1) = 0$. Donc $S = \{-6\,;1\}$.

Corrigé 5 · Factoriser pour résoudre

Revenir à l'énoncé

1. $2x - 3 = 0$ ou $x + 5 = 0$: $S = \left\{-5\,;\frac{3}{2}\right\}$.
2. $x = 0$ ou $4 - x = 0$: $S = \{0\,;4\}$.
3. $x^2 - 5x = 0$, soit $x(x-5) = 0$: $S = \{0\,;5\}$.
4. Facteur commun $x - 2$: $(x-2)(x+1+3x-4) = 0$, soit $(x-2)(4x-3) = 0$. Donc $S = \left\{\frac{3}{4}\,;2\right\}$.
5. $9x^2 - 25 = (3x-5)(3x+5)$, donc $S = \left\{-\frac{5}{3}\,;\frac{5}{3}\right\}$.
6. $(x+1)^2 - (2x-3)^2 = 0$ s'écrit $(x+1-2x+3)(x+1+2x-3) = 0$, soit $(4-x)(3x-2) = 0$. Donc $S = \left\{\frac{2}{3}\,;4\right\}$.

Corrigé 6 · Équations quotients et valeurs interdites

Revenir à l'énoncé

1. Valeur interdite -1. Un quotient est nul si et seulement si son numérateur est nul : $2x - 6 = 0$, donc $S = \{3\}$.
2. Valeur interdite 2. Pour $x \neq 2$: $x + 3 = 2(x - 2)$, soit $x = 7$. Comme $7 \neq 2$, $S = \{7\}$.
3. Valeur interdite 2. $x^2 - 4 = 0$ donne $x = 2$ ou $x = -2$, mais 2 est interdit : $S = \{-2\}$.
4. Valeur interdite 0. Pour $x \neq 0$: $4 = x^2$, donc $S = \{-2\,;2\}$.

Corrigé 7 · Du signe d'une fonction affine au produit

Revenir à l'énoncé

1. $f(x) = 0$ pour $x = 2$. Le coefficient 3 est positif : $f(x) < 0$ si $x < 2$ et $f(x) > 0$ si $x > 2$.
2. $g(x) = 0$ pour $x = \dfrac{5}{2}$. Le coefficient -2 est négatif : $g(x) > 0$ si $x < \dfrac{5}{2}$ et $g(x) < 0$ si $x > \dfrac{5}{2}$.
3. On applique la règle des signes dans chaque colonne.

x	$-\infty$		2		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
$3x-6$		$-$	0	$+$		$+$	
$-2x+5$		$+$		$+$	0	$-$	
$P(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

4. $P(x)$ est positif ou nul entre ses deux racines, bornes comprises : $S = [2\,;\dfrac{5}{2}]$.

Corrigé 8 · Inéquations quotients

Revenir à l'énoncé

1. Valeur interdite 2. Le quotient est nul en -4 et interdit en 2 : $S = [-4\,;2[$.

x	$-\infty$		-4		2		$+\infty$
$x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$2-x$		$+$		$+$	0	$-$	
$\dfrac{x+4}{2-x}$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	

2. $\dfrac{3x-1}{x+2} - \dfrac{x+2}{x+2} = \dfrac{3x-1-x-2}{x+2} = \dfrac{2x-3}{x+2}$.
3. Il faut $\dfrac{2x-3}{x+2} < 0$. Le numérateur s'annule en $\dfrac{3}{2}$, le dénominateur en -2. Entre ces deux valeurs, ils sont de signes contraires, donc le quotient est négatif : $S =]-2\,;\dfrac{3}{2}[$.
4. Le signe de $x + 2$ dépend de x : on ne sait pas s'il faut garder ou changer le sens de l'inégalité.

Corrigé 9 · Comparer à zéro, puis factoriser

Revenir à l'énoncé

1. $x(x-3) < 0$: les facteurs x et $x-3$ sont de signes contraires seulement entre 0 et 3. $S =]0\,;3[$.
2. $(x+1)^2 - 4 = (x-1)(x+3) \geqslant 0$: les deux facteurs sont de même signe, ou l'un est nul, pour $x \leqslant -3$ et pour $x \geqslant 1$. $S =]-\infty\,;-3] \cup [1\,;+\infty[$.
3. $x^2 - 5 = (x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5}) \leqslant 0$: les deux facteurs sont de signes contraires, ou l'un est nul, entre les racines : $S = [-\sqrt{5}\,;\sqrt{5}]$.
4. Pour $x \neq 0$: $\dfrac{1}{x} - 2 = \dfrac{1-2x}{x} < 0$. Le tableau donne :

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$1-2x$		$+$		$+$	0	$-$	
x		$-$	0	$+$		$+$	
$\dfrac{1-2x}{x}$		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

$S =]-\infty\,;0[\cup]\dfrac{1}{2}\,;+\infty[$.

Corrigé 10 · Une courbe et une droite

Revenir à l'énoncé

1. $\mathcal{C}_f$ coupe l'axe des abscisses en -1 et 3 : $S = \{-1\,;3\}$.
2. Les deux tracés se coupent en $x = -1$ et $x = 4$: $S = \{-1\,;4\}$. La courbe est sous la droite entre ces points : $S =]-1\,;\,4[$.
3. La courbe est sur la droite d'équation $y = -3$ ou au-dessus pour $x \leqslant 0$ et pour $x \geqslant 2$: $S = [-2\,;\,0] \cup [2\,;\,4]$.
4. $(x+1)(x-4) = x^2 - 3x - 4$ et $f(x) - g(x) = x^2 - 2x - 3 - x - 1 = x^2 - 3x - 4$. Ce produit est strictement négatif quand ses facteurs sont de signes contraires, c'est-à-dire entre -1 et 4 : on retrouve $S =]-1\,;\,4[$.

Corrigé 11 · Deux tarifs de location

Revenir à l'énoncé

1. $A(x) = 15 + 0{,}2x$ et $B(x) = 6 + 0{,}35x$.
2. $A(40) = 23$ € et $B(40) = 20$ € : le tarif B est le moins cher.
3. $15 + 0{,}2x < 6 + 0{,}35x$ donne $9 < 0{,}15x$, soit $x > 60$.
4. Au-delà de 60 minutes, le tarif A est le moins cher. En dessous, c'est le tarif B. Pour 60 minutes exactement, les deux coûtent 27 €.

Corrigé 12 · L'aire d'un rectangle

Revenir à l'énoncé

1. L'aire vaut $x(x+3) = x^2 + 3x$, en cm².
2. $(x-5)(x+8) = x^2 + 8x - 5x - 40 = x^2 + 3x - 40$.
3. $x^2 + 3x \leqslant 40$ s'écrit $(x-5)(x+8) \leqslant 0$. Comme $x > 0$, le facteur $x+8$ est strictement positif, donc il faut $x - 5 \leqslant 0$. Ainsi $x \in]0\,;\,5]$.
4. $(x-5)(x+8) = 0$ donne $x = 5$ ou $x = -8$. Une largeur est positive : $x = 5$ cm.

Corrigé 13 · La moyenne visée

Revenir à l'énoncé

1. $m(x) = \dfrac{11 + 8 + 2x}{4} = \dfrac{19 + 2x}{4}$.
2. $\dfrac{19 + 2x}{4} \geqslant 12$ donne $19 + 2x \geqslant 48$, soit $x \geqslant 14{,}5$. Comme la note est au plus 20 : $x \in [14{,}5\,;\,20]$.
3. Il faudrait $\dfrac{19 + 2x}{4} = 15$, soit $19 + 2x = 60$ et $x = 20{,}5$: c'est impossible, la note maximale étant 20.

Pour continuer : les exercices corrigés en ligne de Seconde, puis une série plus large sur les équations et inéquations.